Conception d'IP AMS:

Conception de Circuits Analogiques Intégrés Réutilisables et Optimisés

Cours 1. Oscillateurs en anneau : principes, conception et optimisation

Dimitri Galayko

Plan du cours

- Principes générales
- Evolution d'un oscillateur élementaire vers un oscillateur en anneau : analyse électrique
- Un oscillateur en anneau : analyse par méthode de fonction de transfert
- Oscillateurs non-linéaires et transconductance réelle
- Etude de cas : oscillateur en anneau MOS
- Contrôle de fréquence d'oscillateurs MOS
- Performances et caractéristiques d'un oscillateur : bruit de phase
- Oscillateur en anneau différentiel

Plan du cours

- Principes générales
- Evolution d'un oscillateur élementaire vers un oscillateur en anneau : analyse électrique
- Un oscillateur en anneau : analyse par méthode de fonction de transfert
- Oscillateurs non-linéaires et transconductance réelle
- Etude de cas : oscillateur en anneau MOS
- Contrôle de fréquence d'oscillateurs MOS
- Performances et caractéristiques d'un oscillateur : bruit de phase
- Oscillateur en anneau différentiel

Définitions

- Système dynamique : au départ, un système décrit par des équations de Newton (mécanique), actuellement, n'importe quel système décrit par des variables d'état dont la valeur évolue dans le temps
  - Système dynamique possède une énergie interne qui peut évoluer dans le temps
  - L'ordre du système : nombre des variables d'état. Lien entre les variables d'état et l'énergie du système
  - Exemple 1 : un corps mécanique en mouvement, variables d'état sont la position et la vitesse associées à l'énergie potentielle et cinétique
  - Exemple 2: un circuit RLC : variables d'état sont la tension sur la capacité et le courant dans l'inductance associées aux énergies des éléments réactifs
- Trajectoire : lieu de points parcouru dans l'espace des variables d'état
- Oscillations : trajectoires fermés, autrement appelés « cycles limites »
  - Oscillations harmoniques : cas particulier, où les variables d'état évoluent selon des lois sinusoïdales
- Systèmes « auto-oscillatoires » : système dans lequel spontanément, sans excitations externe, émergent et se maintiennent des oscillations

Equations de système dynamique

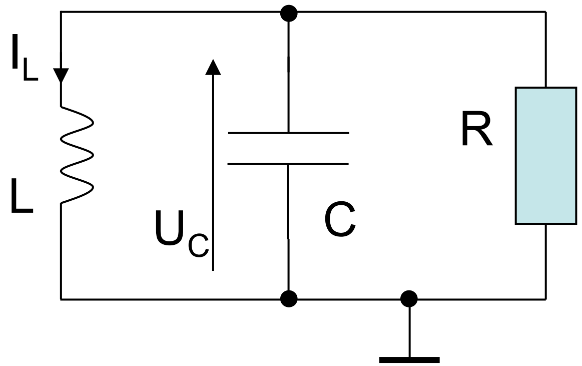
- L'évolution de système dynamique est décrit par une loi de déplacement dans l'espace d'état (exemple sur un réseau RLC) :

$$\frac{d\vec{\mathbf{x}}}{dt} = \vec{\mathbf{f}}(\vec{\mathbf{x}})$$

$$i_L + i_c + i_r = 0$$

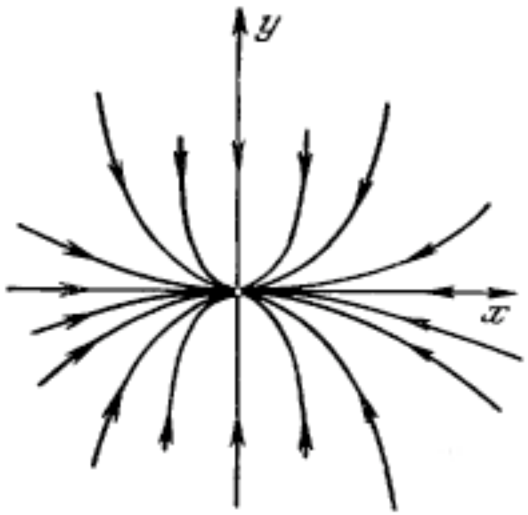
$$i_L + C\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{R} = 0 \text{ et } U_C = U_L = L\frac{di_L}{dt}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dU_C}{dt} = -\dfrac{i_L}{C} - \dfrac{U_C}{RC} \\ \dfrac{di_L}{dt} = \dfrac{U_L}{L} \end{cases}$$



Equations de système dynamique

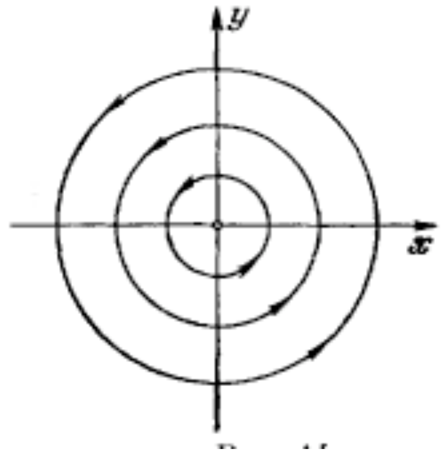
- L'évolution de système dynamique est décrit par une loi de déplacement dans l'espace d'état (exemple sur un réseau RLC) :



Réseau RLC sur-amorti

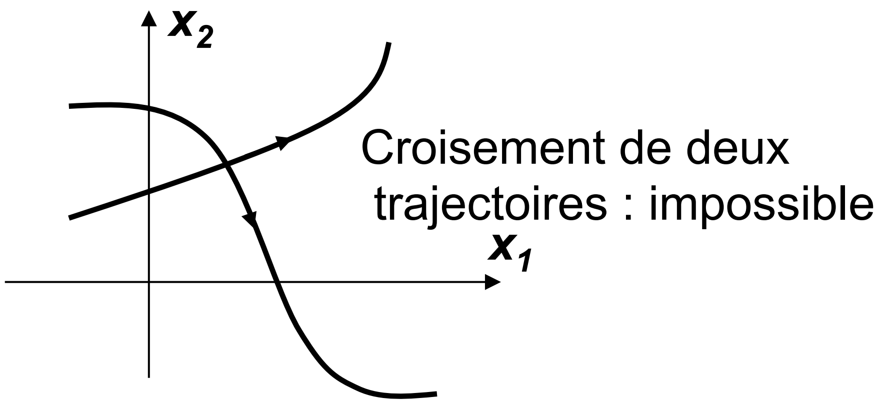
Réseau RLC faiblement amorti

Réseau RLC non-amorti

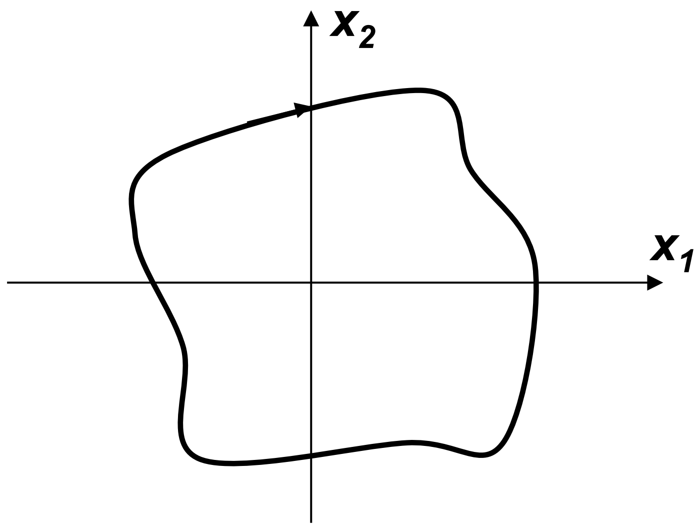


Oscillations et ordre du système

- Propriété fondamentale (topologique) de systèmes dynamiques
  deux trajectoires ne peuvent pas se croiser.
- Les oscillations ne sont donc possibles que dans les systèmes d'ordre supérieur à 1



Trajectoire fermé (cycle limite) dans un système à 1 dimension: impossible



Trajectoire fermé (cycle limite) dans un système à 2 dimension: OK

Oscillations dans les systèmes linéaires Condition

- Un système dynamique linéaire se décrit par des équations différentielles linéaires.
- Toutes les grandeurs dynamiques (les tensions et les courant) sont une superposition de termes exponentielles

$$u(t) = \sum_{i=1}^{n} A_i^U \exp(p_i t)$$

où A^u_i sont des coefficients, $p_i=\sigma_i+j\omega_i$ - pôles du système, n - ordre du système

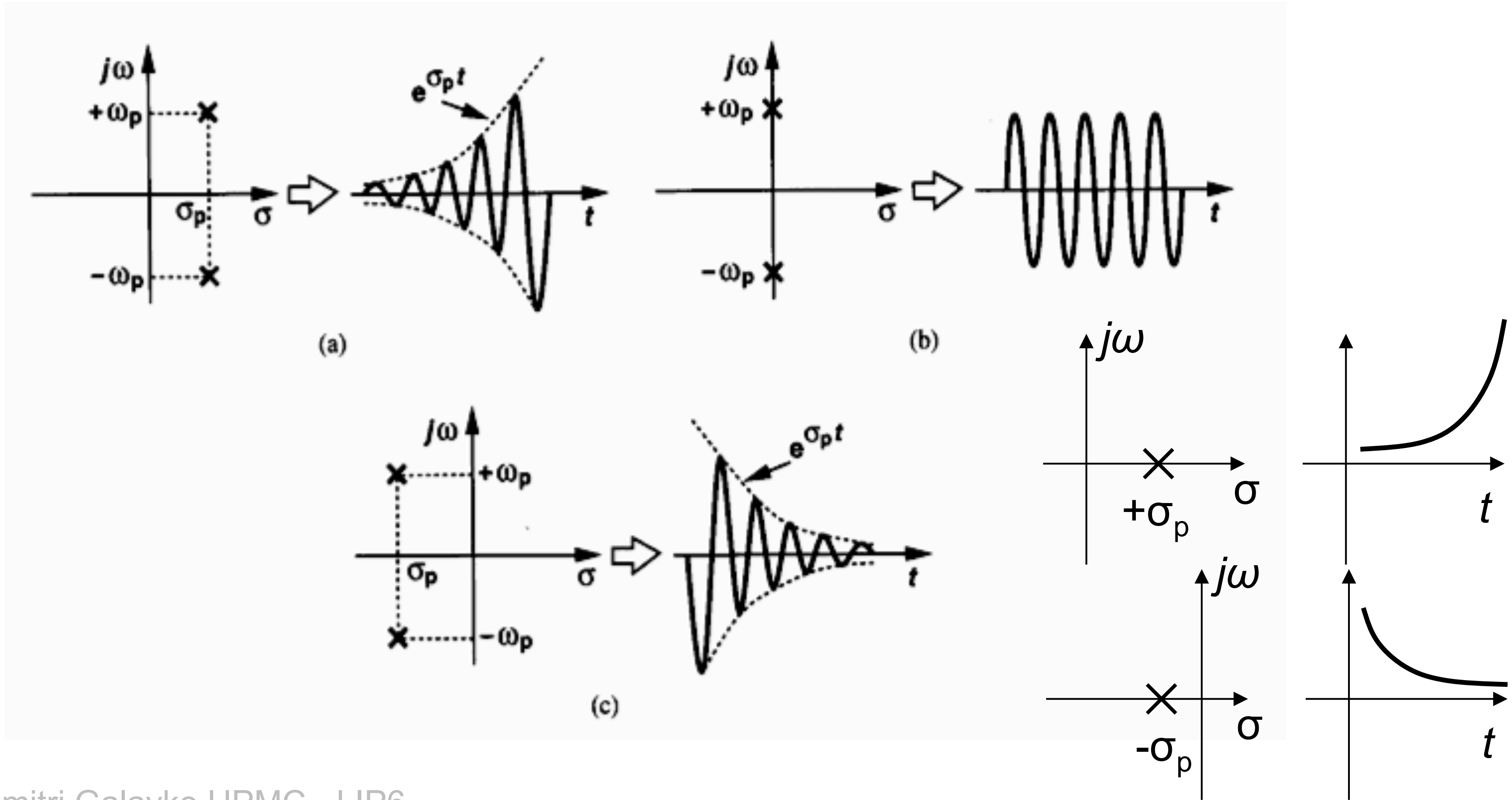
- Attention : u(t) est réel : les pôles complexes apparaissent par pairs conjuguées, ainsi les tensions et les courant s'expriment comme :

$$U = \sum_{i=1}^{m} A_{0i} \exp(\sigma_i t) \sin(\omega_i t + \varphi_{0i})$$

- Pour avoir des oscillations, une paire des pôles conjugués complexes doit être purement imaginaire : pour un i, $p_i=\pm j\omega_i$

Oscillations dans les systèmes linéaires
Condition

- Comportement d'un système en fonction des valeurs des pôles [1]. Tous les cas possibles.



Oscillations dans les systèmes linéaires
Rappel : comment calculer les pôles

- On parle des pôles uniquement en cas de systèmes linéaires ou linéarisés
- Les pôles sont les racines du polynôme caractéristique l'équation différentielle (linéaire) décrivant le système
- En électronique, on calcule les pôles de deux manières, selon la commodité :
  - Méthode d'impédance : on coupe un fil du circuit et on calcule l'impédance dans le dipôle obtenu. Pendant ce processus, on doit éteindre toutes les sources indépendantes.
  - Méthode de fonction de transfert : si la fonction de transfert du circuit est connue, les pôles sont les zéros du dénominateur.
- Pour étudier les conditions de stabilité et/ou d'oscillation pour un circuit, il faut calculer les pôles

Plan du cours

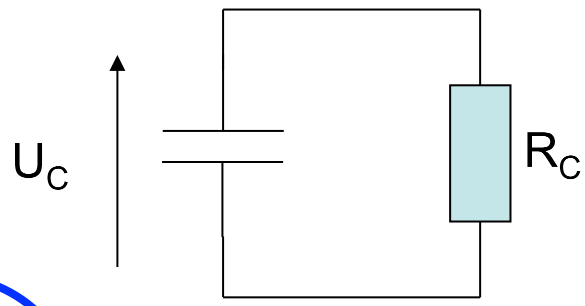
- Principes générales
- Evolution d'un oscillateur élementaire vers un oscillateur en anneau : analyse électrique
- Un oscillateur en anneau : analyse par méthode de fonction de transfert
- Oscillateurs non-linéaires et transconductance réelle
- Etude de cas : oscillateur en anneau MOS
- Contrôle de fréquence d'oscillateurs MOS
- Performances et caractéristiques d'un oscillateur : bruit de phase
- Oscillateur en anneau différentiel

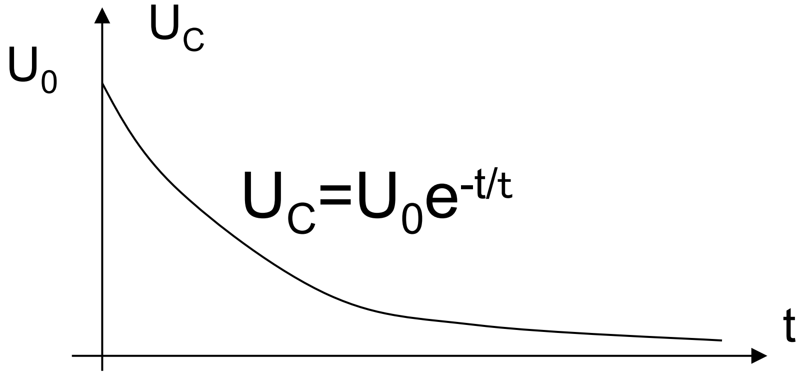
Objectif

Montrer comment on arrive à la topologie d'oscillateur en anneau en partant des oscillateurs élémentaires (LC)

Oscillations dans les systèmes linéaires Systèmes d'ordre 0 et 1 (1)

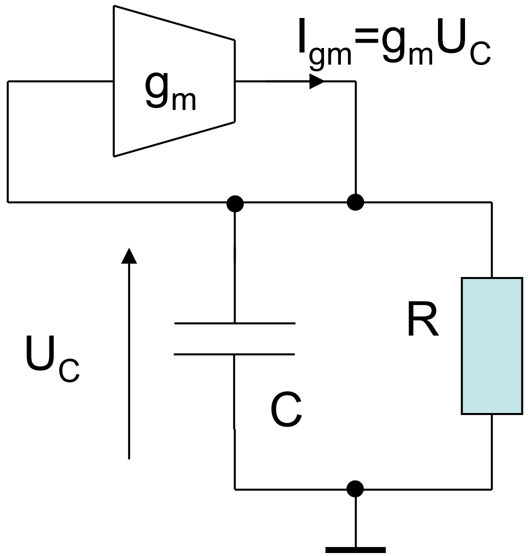
- Système linéaire élémentaire : capacité, résistance
- Résistance : pas un système dynamique (système d'ordre zéro, pas d'énergie interne)
- Capacité idéale : système oscillatoire dégénéré : $U_C(t)=U_0$, $W_C(t)=W_0$
- Capacité réelle : C||R, système dissipatif
- pôle : -1/RC (pour cela on calcule en coupant le circuit et en trouvant p annluant l'impédance 1/(pC)+Rc=0)





Oscillations dans les systèmes linéaires Systèmes de premier ordre (2)

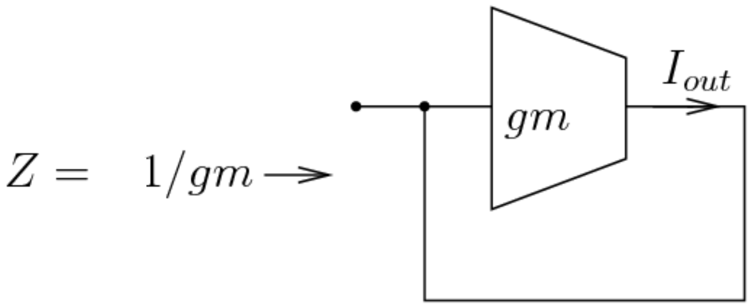
- Un système dissipatif perd l'énergie : pour maintenir un état souhaité du système (« oscillations » stables), il faut une source d'énergie compensant les pertes.
- Donc, un bloc qui mesure l'état du système et qui injecte de l'énergie nécessaire pour maintenir un niveau donné : une contre-réaction



- Le bloc en question : une transconductance
- Elle prend la tension sur la capacité
- Elle génère un courant rajoutant (ou retirant) des charges électriques
- Equation : $I_{gm}=g_mU_C$

Oscillations dans les systèmes linéaires Systèmes de premier ordre (2)

Analyse :

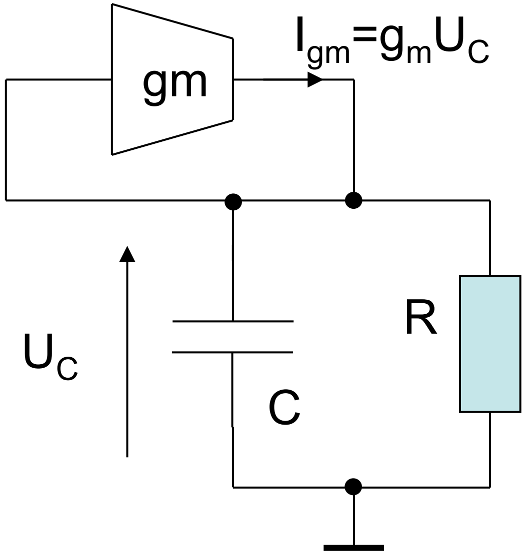


$$I_{gm} = I_C + I_R$$

$$g_m U_C = C\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{R}$$

$$\frac{dU_C}{dt} = \frac{g_m}{C}U_C - \frac{1}{RC}U_C$$

$$\frac{dU_C}{dt} = \frac{U_C}{C}\left(g_m - \frac{1}{R_C}\right)$$



Pour que U_C=const, il faut U_C=0 (cas dégénéré) ou $g_m=1/R_C$

Le seul pôle du système : $p = \dfrac{g_m - 1/R}{C}$

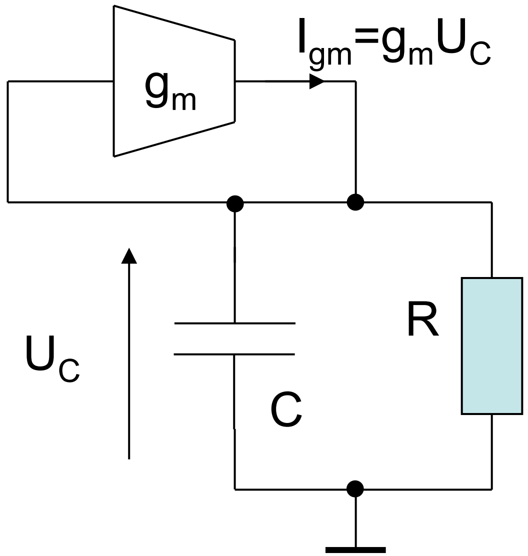
On aurait pu trouver la même réponse en coupant le circuit et en calculant l'impédance…

Oscillations dans les systèmes linéaires
Systèmes de premier ordre (2)

Lorsque p=0 (g_m=1/R) : le condensateur garde l'état initial. On peut dire qu'il s'agit d'oscillations dégénérées, dans l'espace d'état à une dimension

Cela confirme, bien sûr, le fait qu'un système d'ordre 1 ne peut pas osciller

La loi d'évolution de la variable d'état dans le temps est strictement monotone .



Le seul pôle du système :

$$p = \frac{g_m - 1/R}{C}$$

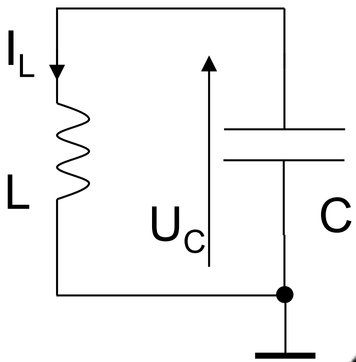
Le système « oscille » quand la transconductance compense complètement les pertes dans la résistance.

Oscillations dans les systèmes linéaires
Systèmes de seconde ordre

Pour obtenir un système du seconde ordre : ajoutons une inductance en parallèle à la capacité.

Deux variables d'état : I_L et U_C

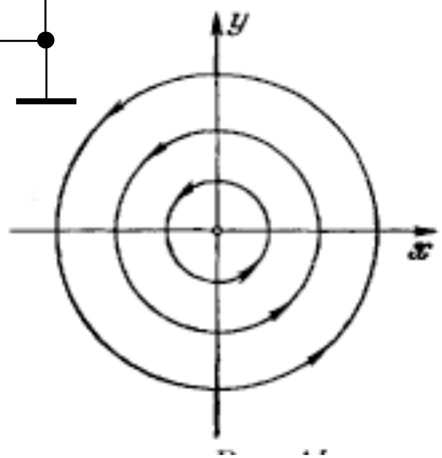
On a des oscillations libres (périodiques !)



Les deux pôles du système :

$$p_{1,2} = \pm j\sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Cela correspond aux oscillations libres
dont l'amplitude dépend des conditions initiales



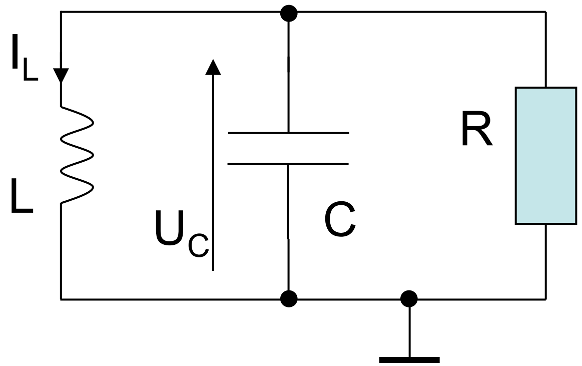
Oscillations dans les systèmes linéaires
Systèmes de seconde ordre

Pour obtenir un système du seconde ordre : ajoutons une inductance en parallèle à la capacité.

Deux variables d'état : I_L et U_C

On a des oscillations libres (périodiques !)

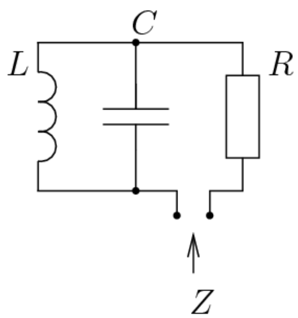
Mais en réalité elles s'éteignent (quasi-oscillations) à cause des pertes



Les deux pôles du système :

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2CR} \pm j\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{1}{2CR}\right)^2}$$

Cela correspond aux quasi-oscillations, dont l'amplitude décroît selon la loi exponentielle



On trouve cette expression en coupant un fil et en calculant Z. on cherche p annulant Z…

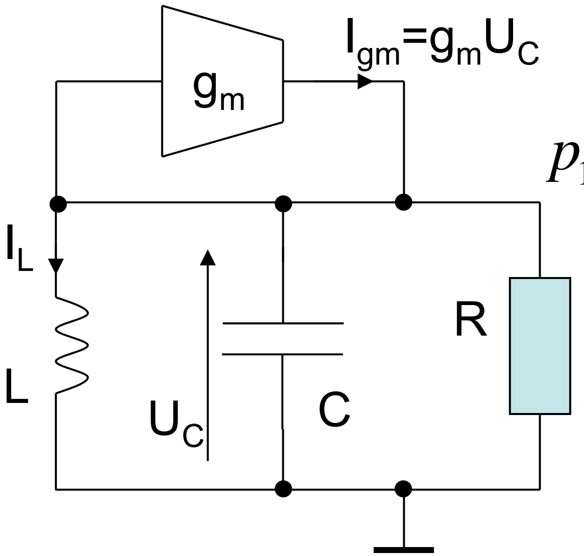
Oscillations dans les systèmes linéaires
Systèmes de seconde ordre

Pour obtenir un système du seconde ordre : ajoutons une inductance en parallèle à la capacité.

Deux variables d'état : I_L et U_C

On a des oscillations libres (périodiques !)

Mais en réalité elles s' éteignent (quasi-oscillations) à cause des pertes, on ajoute donc une compensation...



Les deux pôles du système :

$$p_{1,2}=-\frac{1}{2C}\left(\frac{1}{R}-gm\right)\pm j\sqrt{\frac{1}{LC}-\left(\frac{1}{2C}\left(\frac{1}{R}-gm\right)\right)^2}$$

La nature des oscillation dépend du signe de la partie réelle des pôles

C'est lorsque $R=1/g_m$ que les oscillations sont présentes.

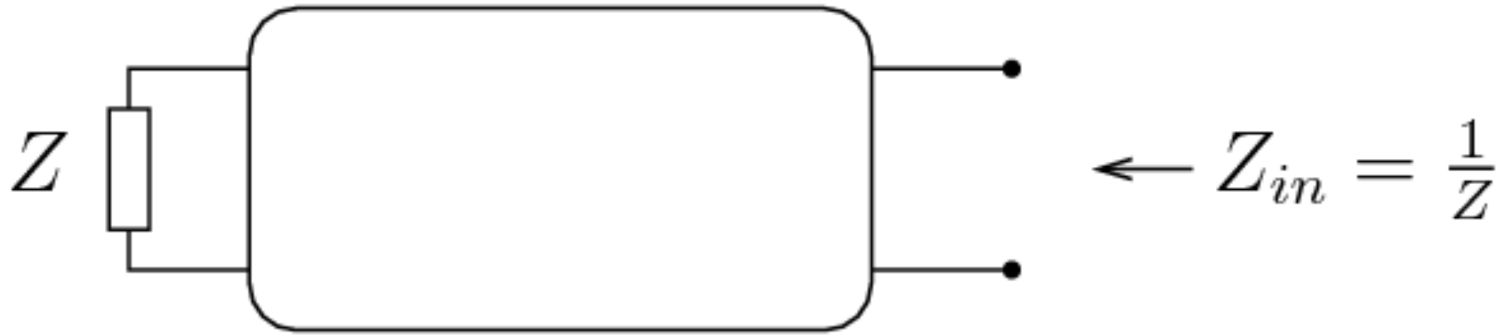
Oscillations dans les systèmes linéaires
Sans inductance...

Il n'est pas toujours facile d'avoir une inductance pour faire un oscillateur...

Les bonnes inductances intégrées ne sont pas disponibles en VLSI

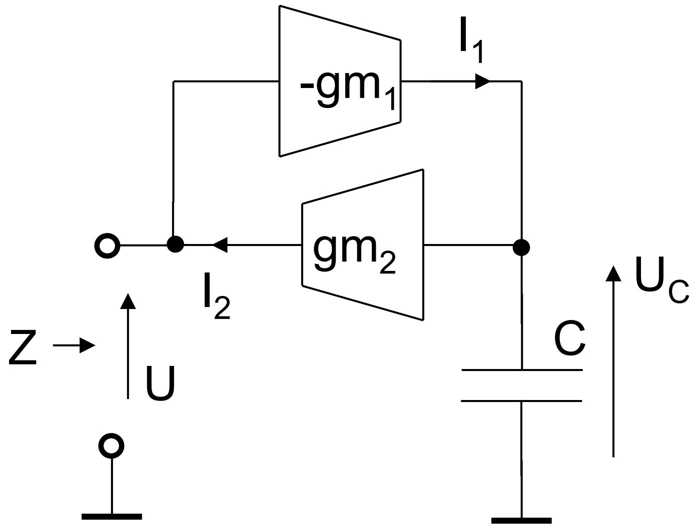
Les modèles sont complexes

Une des solutions : utiliser un *gyrateur,* dispositif électrique qui inverse l'impédance.



Oscillations dans les systèmes linéaires
Sans inductance...

Un gyrateur peut être obtenu à l'aide de deux transconductances, une positive et l'autre négative. En inversant l'impédance capacitive, on obtient, naturellement, une impédance inductive



Calculons l'impédance Z.

$$Z = -\frac{U}{I_2} = -\frac{U}{U_C gm_2} = -\frac{U}{I_1 Z_C gm_2}$$

$$= -\frac{U}{-U gm_1 Z_C gm_2} = \frac{1}{Z_C gm_1 gm_2}$$

$$Z = \frac{j\omega C}{gm_1 gm_2} = j\omega \frac{C}{gm_1 gm_2}$$

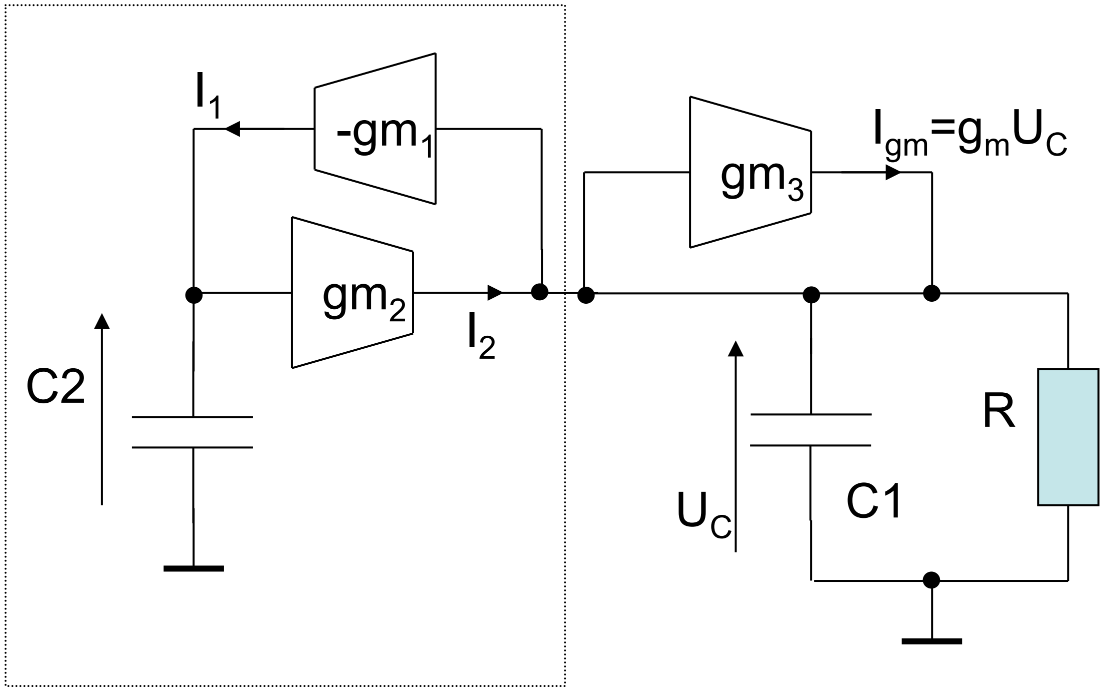
L_{eq}

Oscillations dans les systèmes linéaires
Sans inductance...

on revient sur le circuit...

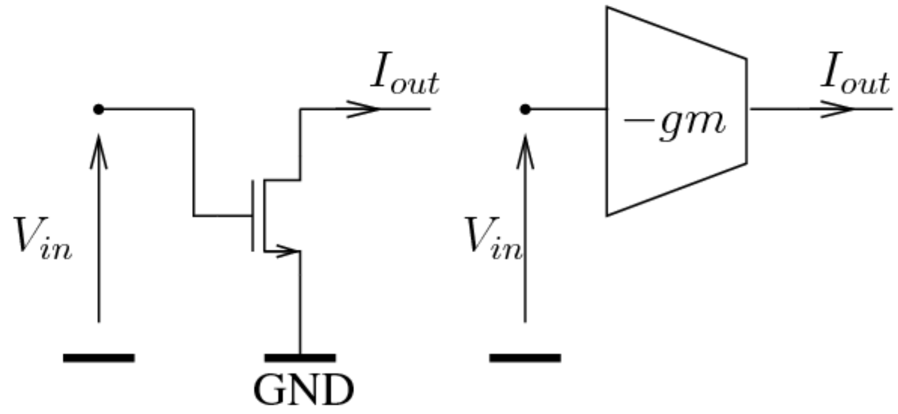
On a un oscillateur avec des circuits actifs et avec des condensateurs

Pour dériver de cette architecture celle d'un oscillateur en anneau, nous devons considérer la manière de réaliser une transconductance



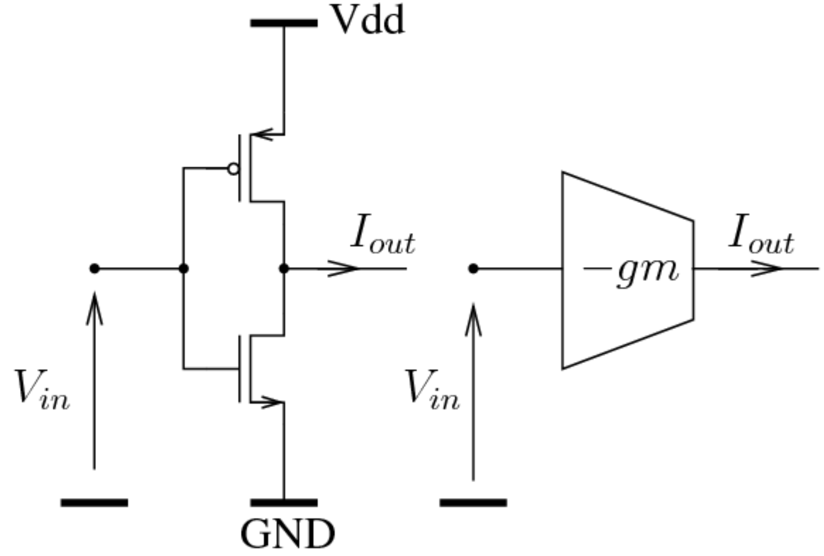
Oscillations dans les systèmes linéaires
Sans inductance...

En technologie CMOS, on possède naturellement une transconductance négative, présentée ainsi :



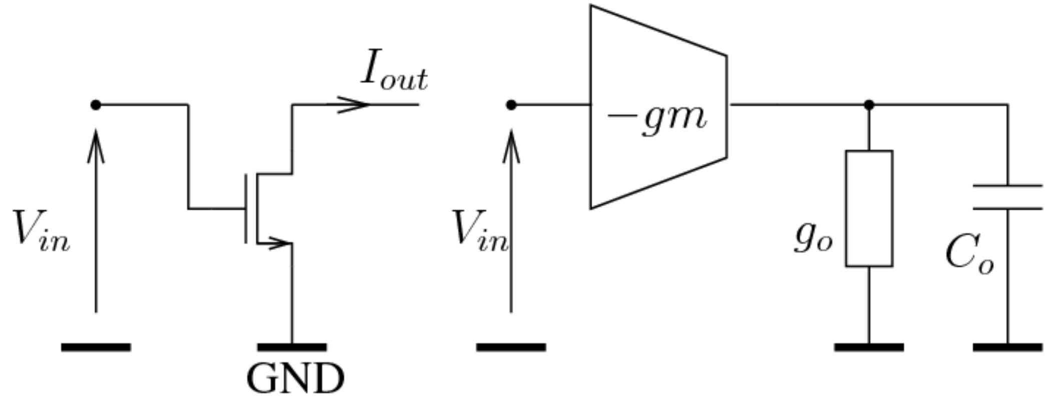
Il faut polariser le transistor: on le fait soit avec une source de courant, soit en ajoutant une transconductance faite à partir du PMOS. On obtient un inverseur MOS, avec transconductance

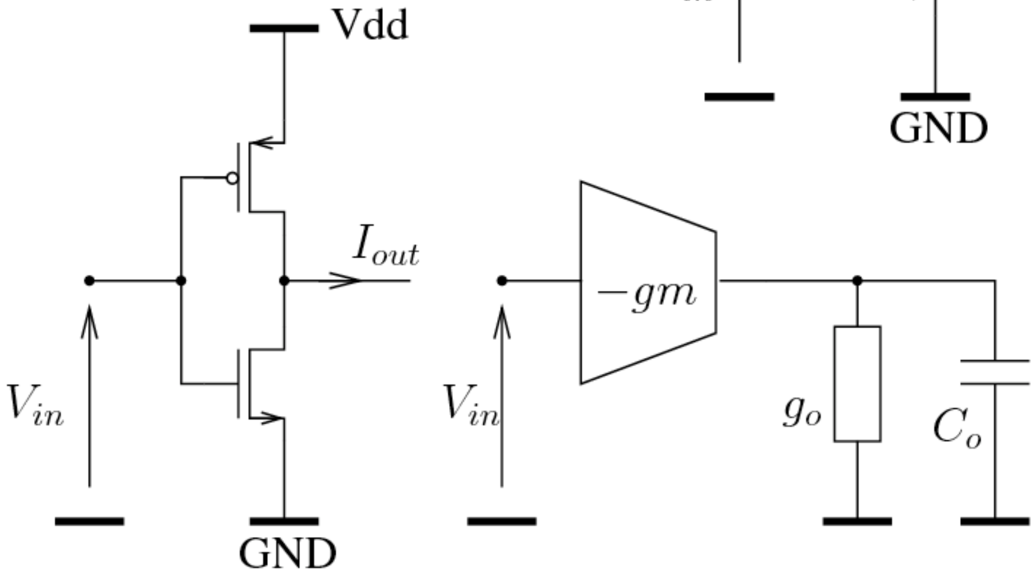
$gm=gm_p+gm_n$:



Oscillations dans les systèmes linéaires Sans inductance...

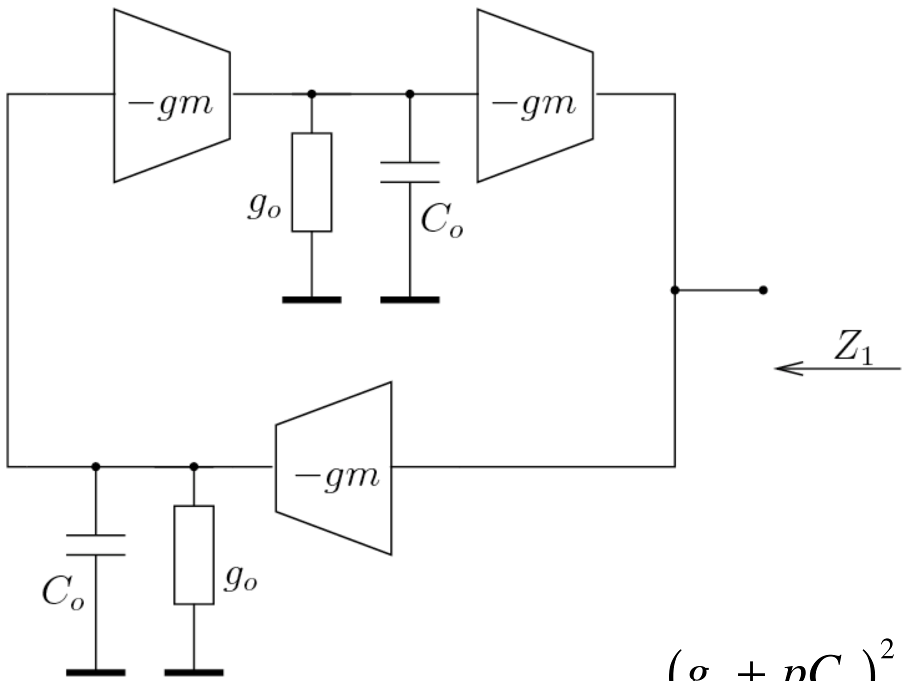
En réalité, nous avons toujours des éléments parasites associés au transistor, notamment, en sortie :





Oscillations dans les systèmes linéaires
Sans inductance...

Si bien qu'un gyrateur, en réalité, est réalisé ainsi :



Il ne s'agit donc pas d'un gyrateur « pur », car il y a un dipôle en trop.

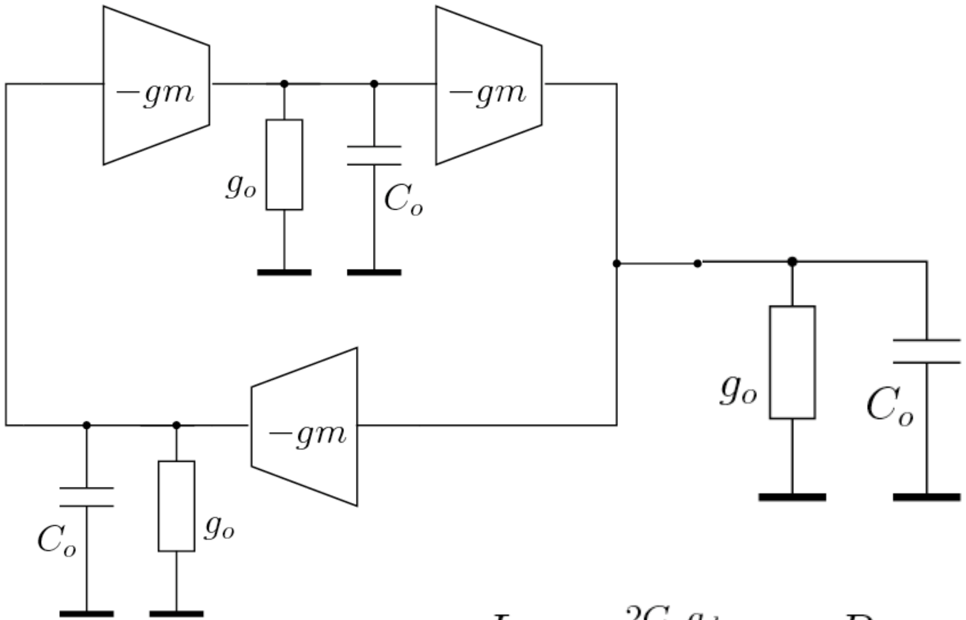
Pour commencer, on omet les éléments parasites associées à la dernière transconductance. On calcule Z_1 :

$$Z_1 = \frac{(g_o + pC_o)^2}{gm^3} = [p = j\omega] = \overbrace{\frac{g_o^{\ 2} - \omega^2 C_o^{\ 2}}{gm^3}}^{R_{eq}} + \overbrace{\frac{2C_o g_o}{gm^3}}^{L_{eq}} j\omega$$

On a bien une composante inductive, mais aussi une composante résistive: la résistance est négative pour les hautes fréquences…

Oscillations dans les systèmes linéaires Sans inductance...

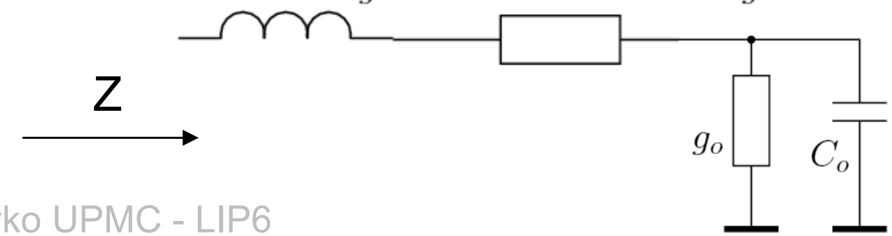
Nous avons obtenu un élément à résistance négative à certaines fréquences: on n’a pas besoin de mettre la transconductance réalisant la résistance négative (cf. transparent 18, gm_3).



On tient maintenant compte des éléments parasites de la transconductance $-g_m$, g_o et C_o

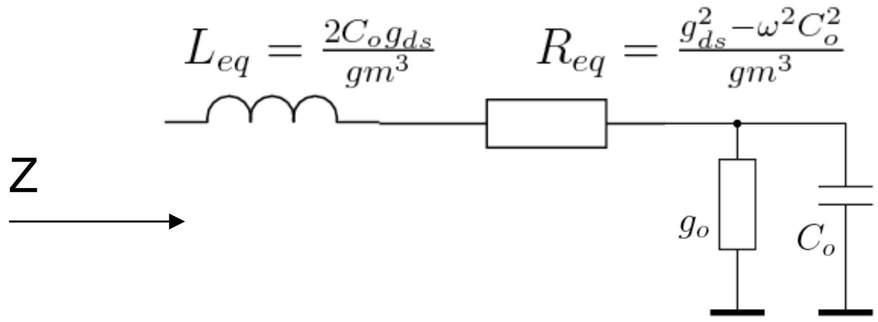
On obtient une architecture classique d’un oscillateur en anneau réalisable seulement à partir des inverseurs CMOS

$$L_{eq} = \frac{2C_o g_{ds}}{gm^3} \qquad R_{eq} = \frac{g_{ds}^2 - \omega^2 C_o^2}{gm^3}$$



Oscillations dans les systèmes linéaires
Sans inductance...

Pour connaître les pôles du système, il faut trouver les valeurs de p annulant Z



$$Z = \frac{(g_o + pC_o)^2}{gm^3} + \frac{1}{g_o + pC_o} = 0$$

$$p_1 = -\frac{g_o + gm}{C_o}$$

$$p_{2,3} = \frac{gm - 2g_o}{2C_o} \pm \frac{\sqrt{3}gm}{2C_o} j$$

p_1 un pôle réel : il ne nous intéresse pas car pas associé aux phénomènes oscillatoires

La partie réelle de $p_{2,3}$: son signe indique s'il y a des oscillations ou pas

La condition de mise en oscillation (*Re* $p_{2,3} < 0$) : $2g_o < gm$

La fréquence de démarrage d'oscillations est de $\frac{\sqrt{3}gm}{2C_o}$

Oscillations dans les systèmes linéaires
Sans inductance...

Fréquence de démarrage versus fréquence d'oscillation

En pratique, la condition de mise en oscillation $2g_o<gm$ est toujours remplie pour les transconductances à base de transistors MOS, si le(s) transistor(s) actifs fonctionnent en régime de saturation. Ainsi, au démarrage la fréquence vaut

$$\frac{\sqrt{3}gm}{2C_o}$$

et les oscillations sont à amplitude croissante
Quand l'amplitude augmente, gm diminue, jusqu'à prendre la valeur limite de $2g_o$.
La fréquence devient alors

$$\omega_{osc}=\frac{\sqrt{3}gm}{2C_o}=\frac{\sqrt{3}g_o}{C_o}$$

C'est la fréquence d'oscillation d'un oscillateur en anneau fait à partir des éléments quasi-linéaires.

Plan du cours

- Principes générales
- Evolution d'un oscillateur élementaire vers un oscillateur en anneau : analyse électrique
- Un oscillateur en anneau : analyse par méthode de fonction de transfert
- Oscillateurs non-linéaires et transconductance réelle
- Etude de cas : oscillateur en anneau MOS
- Contrôle de fréquence d'oscillateurs MOS
- Performances et caractéristiques d'un oscillateur : bruit de phase
- Oscillateur en anneau différentiel

Objectif

Montrer une autre manière d’analyser un oscillateur, en utilisant la notion de la fonction de transfert

Oscillations dans les systèmes linéaires à contre-réaction

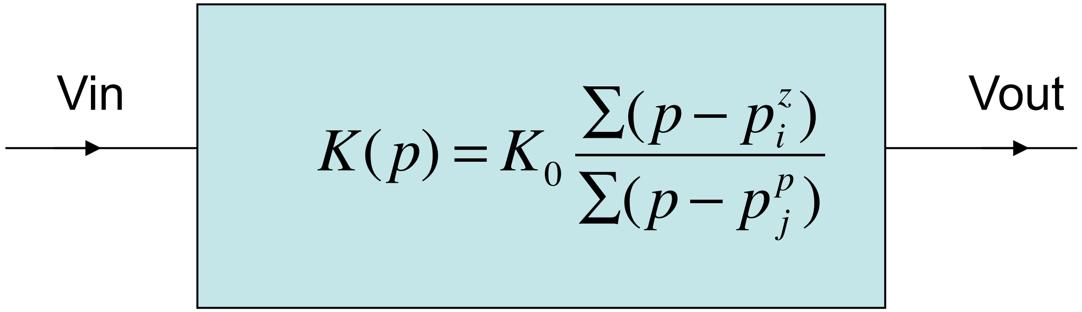
En électronique, on maîtrise bien les circuit « SDF », signal data flow, composés des blocs (quasi)-unidirectionnels

Ex. : AO, intégrateurs, filtres, cellules numériques...

Un système étant un cascade de blocs stables est stable (ex., amplificateur multi-étage sans contre-réaction), car les fonctions de transferts se multiplient, sans faire apparaître de nouveaux pôles (instables).

Comment obtenir un oscillateur ?

Il faut introduire une boucle.



Oscillations dans les systèmes linéaires à contre-réaction

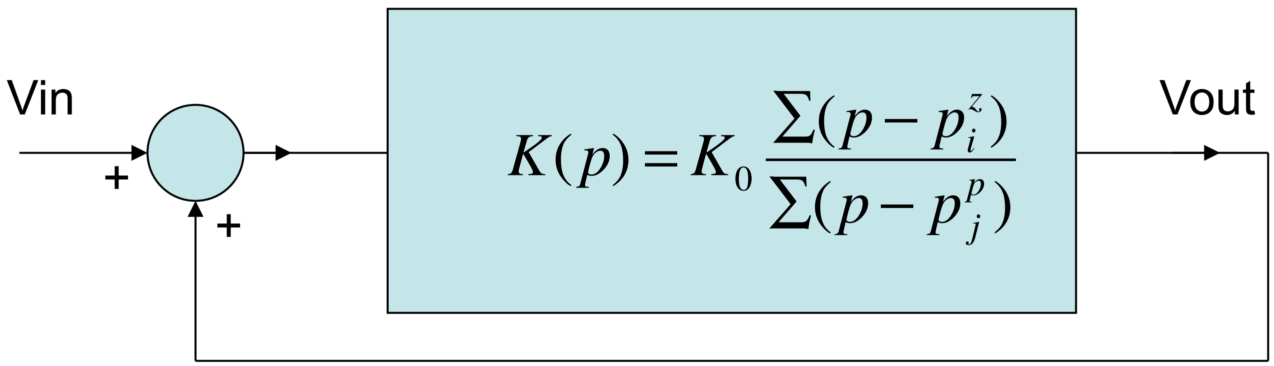
En électronique, on maîtrise bien les circuit « SDF », signal data flow, composé des blocs (quasi)-unidirectionnels

Ex. : AO, intégrateurs, filtres, cellules numériques...

Un système étant un cascade de blocs stables est stable (ex., amplificateur multi-étage sans contre-réaction), car les fonctions de transferts se multiplient, sans faire apparaître de nouveaux pôles (instables).

Comment obtenir un oscillateur ?

Il faut introduire une boucle.



$$K(p) = K_0 \frac{\sum(p - p_i^z)}{\sum(p - p_j^p)}$$

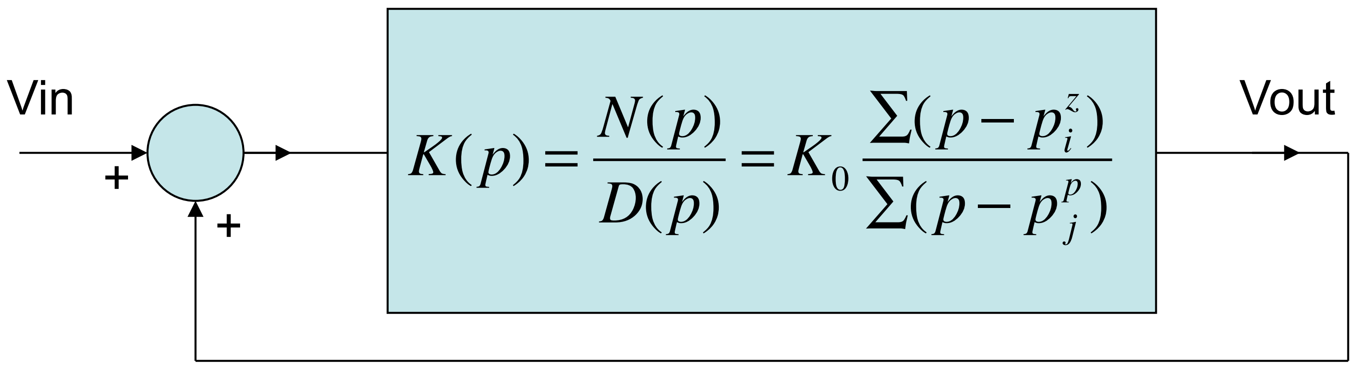
Oscillations dans les systèmes linéaires à contre-réaction

Pour un système stable : lorsque Vin=0, à t➔∞, Vout➔0.

Dans un système instable, même à Vin=0, à à t➔∞ il y a des oscillations stables ou à amplitude croissante.

C’est le deuxième cas qui nous intéresse.

Pour avoir des oscillations stables à fréquence ω, il faut que le système bouclé ait une paire de pôles purement imaginaires, de type ±jω.



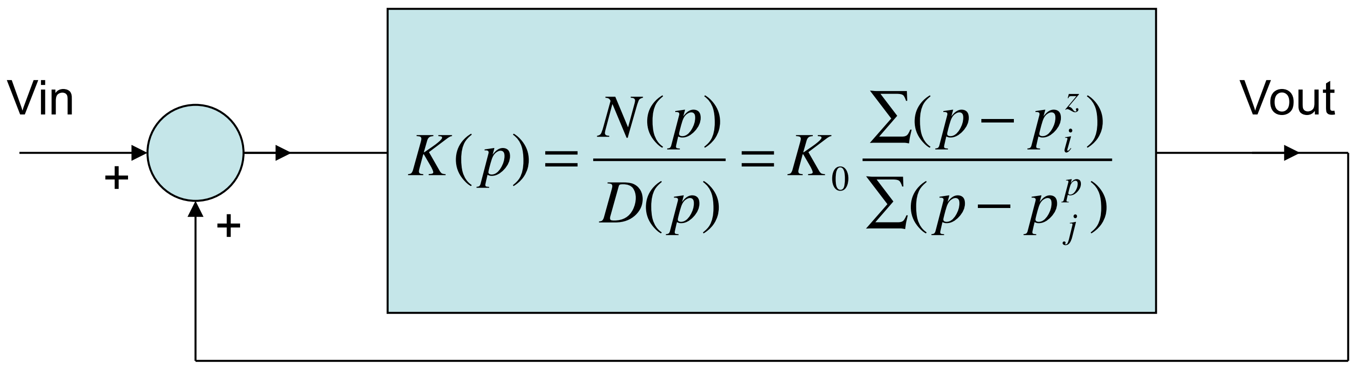
Oscillations dans les systèmes linéaires à contre-réaction

Critère nécessaire pour l'existence d'oscillations dans un système bouclé

La fonction de transfert du système bouclé : $$A(p)=\frac{K(p)}{1-K(p)}$$

Il existe une paire de pôles est purement imaginaire ($p_a=p_b^*=j\omega_0$) si et seulement si il existe $\omega_0>0$ et $B(p)$ un polynôme de p

$$A(p)=\frac{K(p)}{1-K(p)}=\frac{N(p)}{(p^2+\omega_0^2)B(p)},\ \text{donc}\quad A(j\omega_0)=\frac{N(j\omega_0)}{0\cdot B(j\omega_0)}=\infty$$



Oscillations dans les systèmes linéaires à contre-réaction

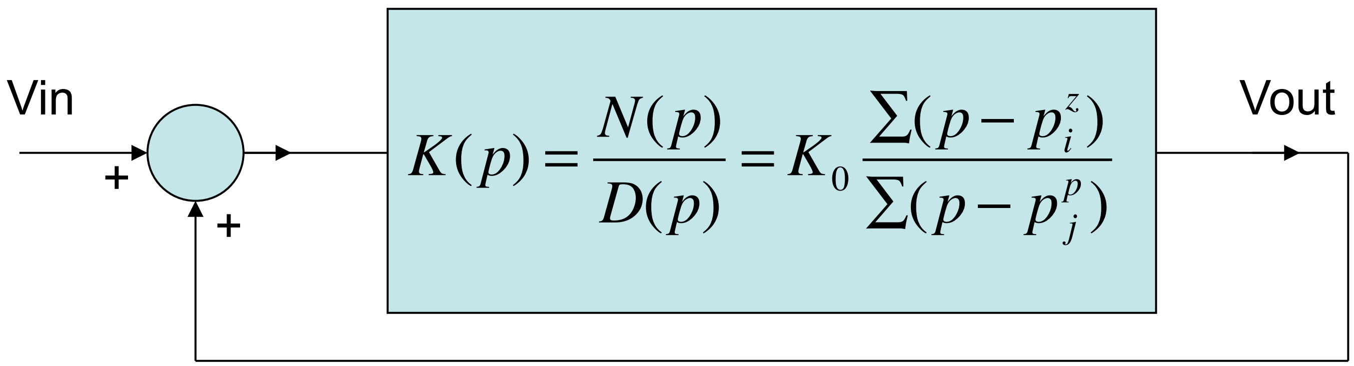
La fonction de transfert du système bouclé : $$A(p) = \frac{N(p)}{1 - K(p)}$$

Autrement dit, à la fréquence d'oscillation le dénominateur de la fonction bouclée devient nul,

$$1 - K(p_a) = 0, \qquad K(p_a) = K(j\omega_0) = 1$$

Ainsi, nous avons déduit la propriété du système K(p) (Critère de Barkousen):

à la fréquence d'oscillation du système bouclé, la transmission du système non-bouclé est unitaire et le déphasage est nul



Oscillations dans les systèmes linéaires à contre-réaction

Que se passe si :

a) A la fréquence de déphasage nul, le gain est supérieur à 1 ?

b) A la fréquence de déphasage nul, le gain est inférieur à 1 ?

Réponse :

a) Les oscillations naissent, mais leurs amplitude croît exponentiellement.

Il y a un pôle de type $\sigma+j\omega_1$, $\sigma>0$

b) Les oscillations ne peuvent pas naître, le système tend à étouffer les éventuelles perturbations

Oscillations dans les systèmes linéaires Résumé

• Quelque soit la topologie du système, seules les valeurs des pôles définissent s'il oscille ou pas

• A la fréquence d'oscillation libre, il y a une paire de pôles conjugués purement imaginaires

• Si un système est obtenu par une mise en boucle d'un système en boucle ouverte, alors, sa fréquence d'oscillation est celle où le déphasage entre l'entrée et la sortie est nul, et la transmission est au moins unitaire.

Plan du cours

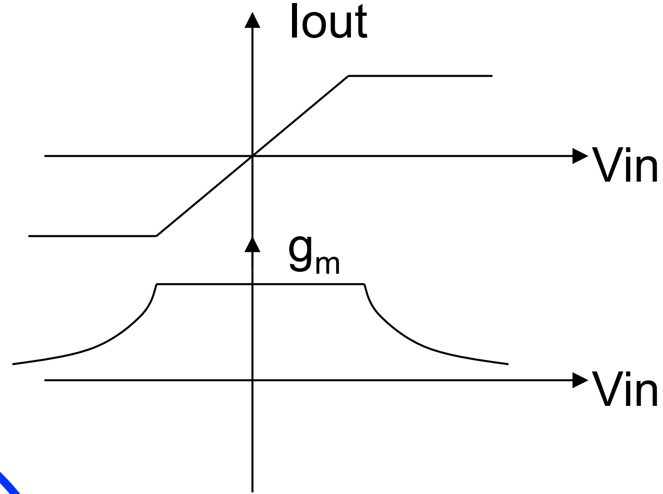
- Principes générales
- Evolution d'un oscillateur élementaire vers un oscillateur en anneau : analyse électrique
- Un oscillateur en anneau : analyse par méthode de fonction de transfert
- **Oscillateurs non-linéaires et transconductance réelle**
- Etude de cas : oscillateur en anneau MOS
- Contrôle de fréquence d'oscillateurs MOS
- Performances et caractéristiques d'un oscillateur : bruit de phase
- Oscillateur en anneau différentiel

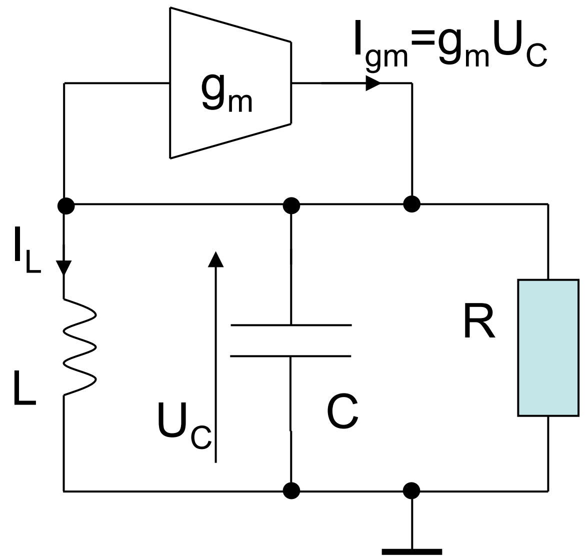
Oscillations dans les systèmes linéaires Limitation fondamentale

- Malheureusement, il est impossible d'obtenir des oscillations stables dans un système linéaire
- Pourquoi ? parce qu'il est nécessaire de fixer la valeur de la partie réelle d'un pôle avec une précision infinie (fixer à 0).
- Moindre perturbation fera le système basculer vers un comportement « dissipatif » (convergent, amplitude diminue) ou expansif (divergent, l'amplitude augmente).
- Autrement dit, il faut que le déphasage à fréquence de gain unitaire soit nul : impossible d'obtenir pour un système linéaire
- ??? Comment faire ???

Oscillations dans les systèmes non-linéaires Principe de la limitation de l' amplitude

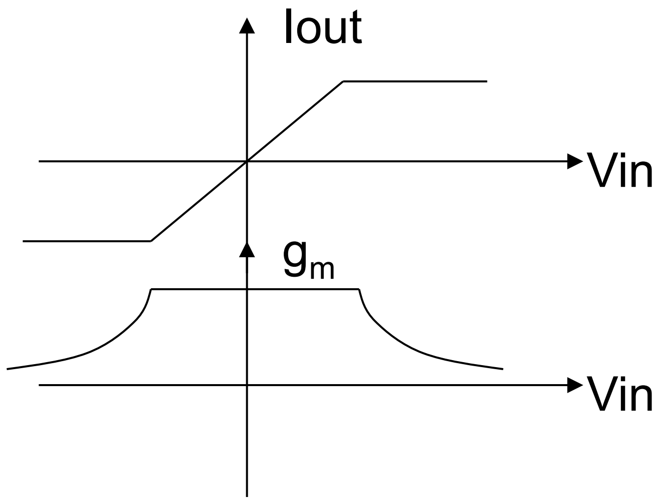
- Il est impossible de contrôler l'amplitude des oscillations dans un système linéaire.
- Solution : utiliser des élément dont le gain dépend de l'amplitude des oscillations (ex., amplificateur réel, diodes...)
- Soit un transconductance réelle :

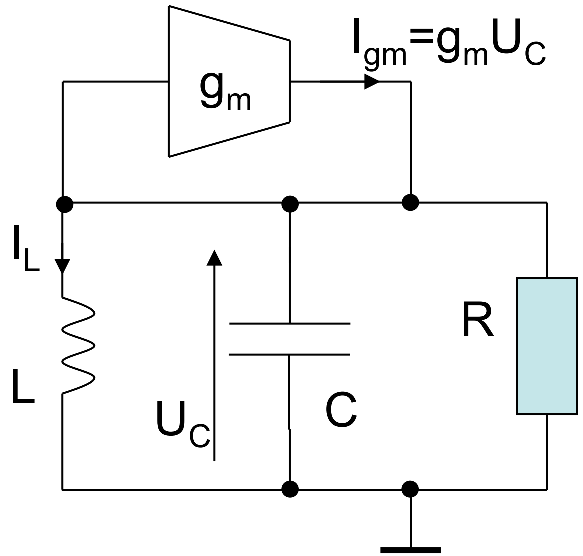




Oscillations dans les systèmes non-linéaires
Principe de la limitation de l'amplitude

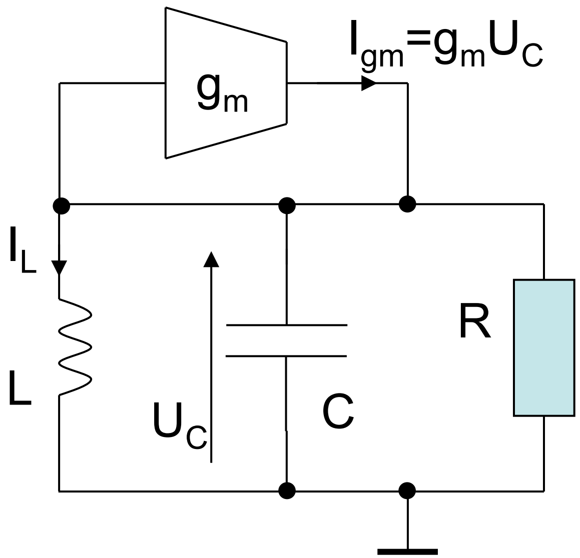
- Soit un transconductance réelle :

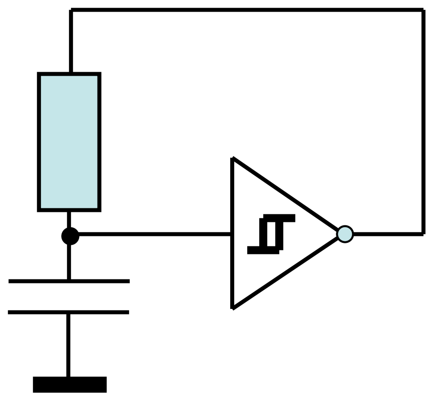




On posera g_m nominal > 1/R
Ainsi, au démarrage, le circuit diverge et l'amplitude croît exponentiellement
Lorsque le courant devient grand, g_m commence à décroître et atteint 1/R
L'amplitude se stabilise.
Dans cet état, il y a une contre-réaction : si l'amplitude devient trop grande, g_m<1/R, le circuit devient convergent, et l'amplitude décroît.

Oscillations dans les systèmes non-linéaires Principe de la limitation de l' amplitude





On parle d'un oscillateur quasi-linéaire : il s'agit d'un circuit linéaire à la base, donc les pôles sont fixés à valeur complexe.

La non-linéarité sert à contrôler l'amplitude.

Pour analyser les conditions d'oscillations, on étudie le démarrage des oscillations. On considère que l'amplitude des oscillations naissantes est faible, et on peut donc considérer le circuit comme étant linéaire.

Cette analyse n' est pas valable pour les oscillateurs fortement non-linéaires, par ex., un oscillateur à relaxation

Ici, un trigger de Schmitt inverseur contrôle le processus de charge-décharge de condensateur.

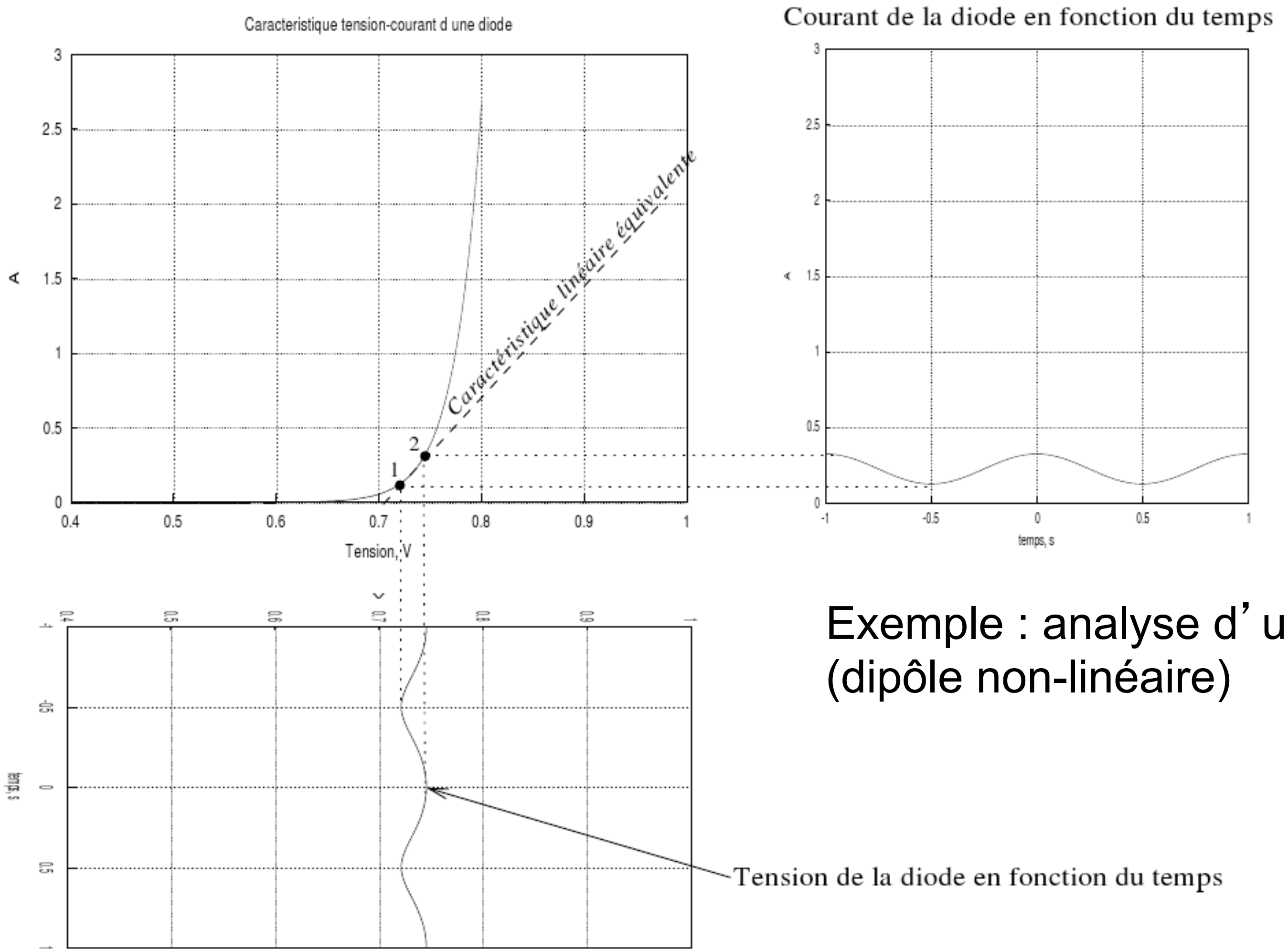
Méthodologie d'analyse d'oscillateurs quasi-linéaires

1) On calcule (ou obtient par simulation) le point de fonctionnement DC, i.e., les courants et les tensions du circuit sous l'hypothèse que les oscillations sont nulles
2) On dessine le schéma équivalent petit signal (linéaire), et on calcule les **pôles** du système par une des deux méthodes présentées ci-haut
3) On regarde sous quelle condition les oscillations peuvent naître, ce qui permet de déterminer la fréquence d'oscillation naturelle

Rappel sur l'analyse de petit signal

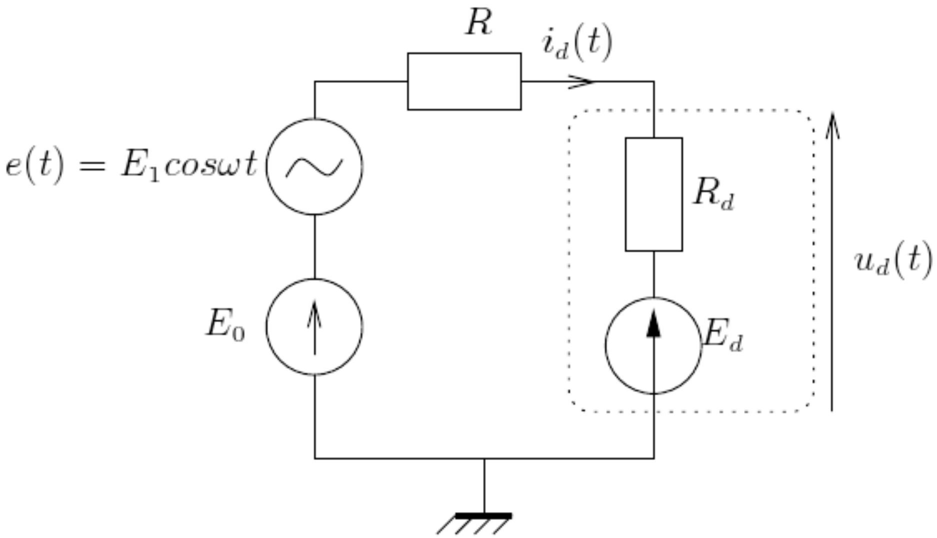
Pour analyser un circuit en mode de petit signal :
- Il faut remplacer tous les éléments non-linéaires par leurs modèles linéaire (petit signal) équivalent
- Il faut éteindre toutes les source continues **indépendantes**
- Il faut connecter une source sinusoïdale aux entrées
- Analyser le circuit en utilisant les méthodes d'analyse classiques pour les circuits linéaires

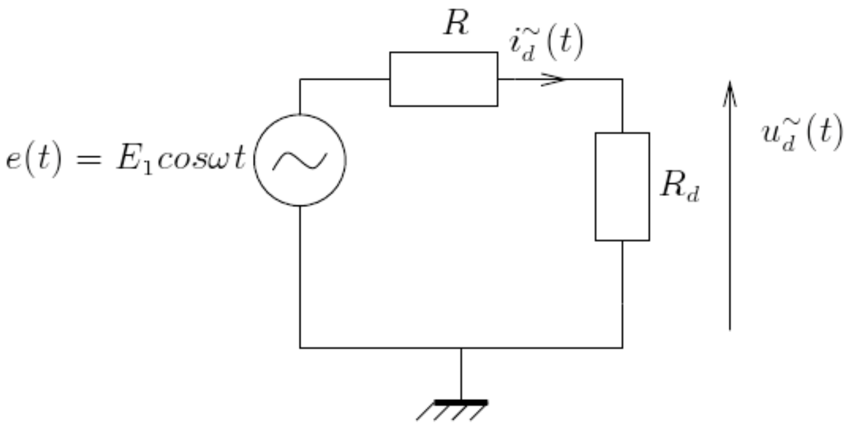
Rappel sur l'analyse de petit signal



Exemple : analyse d'une diode (dipôle non-linéaire)

Rappel sur l'analyse de petit signal





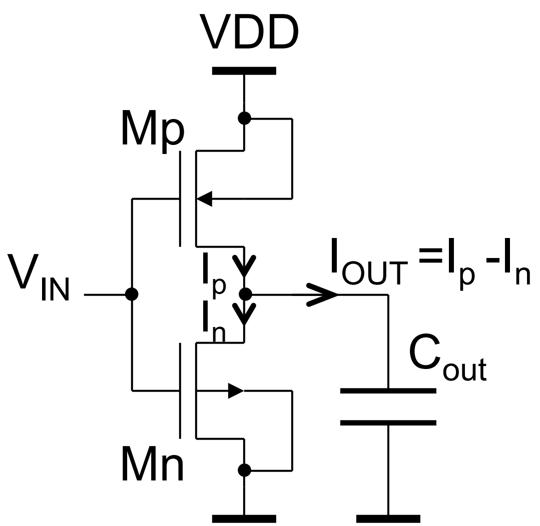
A l'entrée, nous avons donc une tension DC (E_0) superposée sur une faible tension sinusoïdale

Pour cette faible variation, la diode se comporte comme un dipôle linéaire : cela veut dire qu'il peut être représenté par une source de Northon (Résistance + source de tension constante)

Notre circuit est donc purement linéaire et chaque source a une contribution indépendante. Ainsi, si on ne s'intéresse qu'à la réaction au signal (tension/courant d'entrée variable), on peut juste éteindre les autres sources.

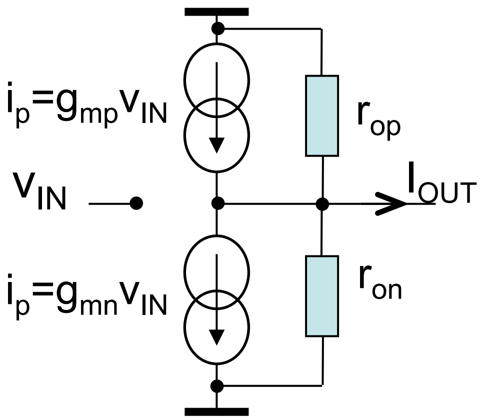
Inverseur MOS comme une transconductance réelle (1)

Inverseur MOS
avec charge capacitive



Si les deux transistors sont en saturation, ils se comportent comme des sources de courant **en régime de petit signal :**

$i_{OUT}=-(g_{mn}+g_{mp})v_{IN}$



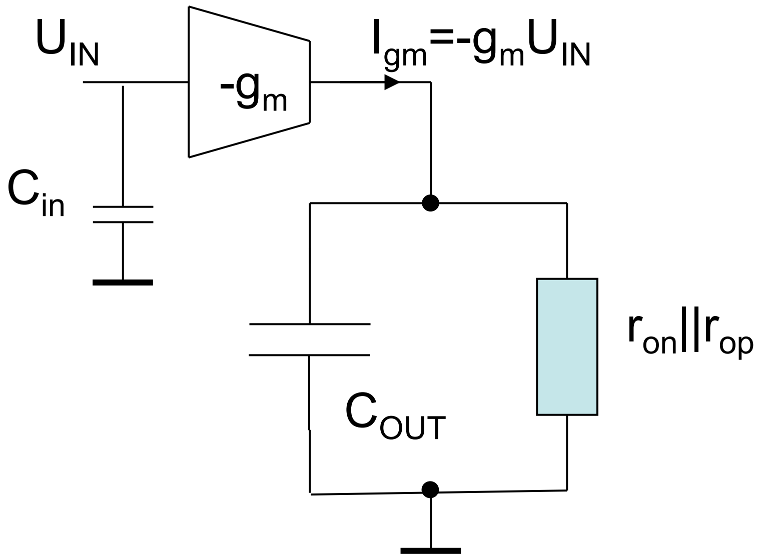
Or, le courant de sortie est limité. Le courant max est à $V_{IN}=0$, $V_{OUT}=0$,
Mn est bloqué,
Mp est passant et saturé

$$I_{p\max} = \frac{1}{2}\frac{W}{L}\mu_p C_x (V_{DD} - V_{thP})^2$$

Inverseur MOS : transconductance négative, avec $g_m=-g_{mn}-g_{mp}$

Inverseur MOS comme une transconductance réelle (2)

Inverseur MOS
avec charge capacitive



Conclusion :

• la transconductance diminue pour une amplitude d'entrée importante

• Seulement lorsque les deux transistors sont en saturation, la transconductance est quasi-linéaire

• La transconductance est négative
• Il y a des éléments parasites associés

Plan du cours

- Principes générales
- Evolution d'un oscillateur élementaire vers un oscillateur en anneau : analyse électrique
- Un oscillateur en anneau : analyse par méthode de fonction de transfert
- Oscillateurs non-linéaires et transconductance réelle
- Etude de cas : oscillateur en anneau MOS
- Contrôle de fréquence d'oscillateurs MOS
- Performances et caractéristiques d'un oscillateur : bruit de phase
- Oscillateur en anneau différentiel

Oscillateur en anneau à partir d'inverseurs

- Exercice 1. Peut-on faire un oscillateur en mettant en boucle une seule cellule d'inverseur ? [1]
- Correction :

La fonction de transfert d'une cellule est donnée par :

$$Vout = -g_m Z_{LOAD} V_{IN} = -g_m \frac{1}{p(C_{OUT} + C_{IN})} \parallel R_{OUT} V_{IN} =$$

$$= -g_m \frac{R_{OUT}}{1 + p(C_{OUT} + C_{IN})R_{OUT}} V_{IN}$$ (on prend en compte C_{IN} !!!)

$$K(p) = -\frac{g_m R_{OUT}}{1 + p(C_{OUT} + C_{IN})R_{OUT}}$$

Oscillateur en anneau à partir d'inverseurs

- La fonction de transfert d'une cellule en boucle ouverte est :

$$K_1(p) = -\frac{g_m R_{OUT}}{1 + p(C_{OUT} + C_{IN})R_{OUT}}$$

- Pour que le système bouclé oscille en fréquence ω_0, il faut $\arg(K_1(j\omega_0))=0$
- On vérifie :

$$-\frac{g_m R_{OUT}}{1 + p(C_{OUT} + C_{IN})R_{OUT}} =$$

$$\frac{g_m R_{OUT}}{\sqrt{1 + (C_{OUT} + C_{IN})^2 R_{OUT}{}^2 \omega^2}} \exp(j(-\pi - arctg((C_{OUT} + C_{IN})R_{OUT}\omega)))$$

l' inversion contribue de -π,
plus un pôle (0...-π/2)
Oscillations impossibles :
$\Delta\varphi=(-\pi...-3\pi/2)$

Oscillateur en anneau à partir d'inverseurs

- Exercice 2. Peut-on faire un oscillateur en mettant en boucle une cascade de deux cellules d'inverseur identiques ? [1]
- Correction :

La fonction de transfert est alors le carré de celle d'une cellule :

$$K_2(p) = K_1(p)^2 = \left(\frac{g_m R_{OUT}}{1 + p(C_{OUT} + C_{IN})R_{OUT}} \right)^2$$

Ici, pas d'inversion, et chaque cellule (pôle) contribue avec $\Delta\varphi=(0...-\pi/2)$, ce qui donne $\Delta\varphi_{max}$ total de $(0...-\pi)$. Impossible d'osciller...

SAUF à $\omega=0$: $K(0)=(g_m R_{OUT})^2 R$, $\Delta\varphi=0$!!!

si $K(0)>1$, alors, on a des oscillations... à fréquence 0, i.e., croissance exponentielle du niveau DC jusqu'aux limites posées par les alimentations

Oscillateur avec des inverseurs MOS

- Exercice 3. Et avec trois ? [1]
- Correction :

La fonction de transfert est alors le cube de celle d'une cellule :

$$K_3(p) = K_1(p)^3 = \left(-\frac{g_m R_{OUT}}{1 + p(C_{OUT} + C_{IN})R_{OUT}} \right)^3 \approx -\frac{g_m{}^3}{p^3 (C_{OUT} + C_{IN})^3}$$

Ici, une inversion (-π) plus chaque cellule contribue de Δφ=(0...-π/2) :
le déphasage possible est de (-π...-5π/2)
Il y a donc une fréquence pour laquelle Δφ =-2π.

L'inversion donne Δφ=-π , chaque cellule doit contribuer par Δφ=-π/3.

$$\arg(-K_3(p)) = \arg(-K_1(p)^3) = 3\arg(-K_1(p)) = -\arg\left(\frac{1}{1 + j\omega(C_{OUT} + C_{IN})R_{OUT}} \right) =$$

$$\arg(1 + j\omega(C_{OUT} + C_{IN})R_{OUT}) = 3artg(\omega(C_{OUT} + C_{IN})R_{OUT}) = \pi$$

Oscillateur avec des inverseurs MOS

- Exercice 3. Et avec trois ?

$$\arg(-K_3(p)) = \arg(-K_1(p)^3) = 3\arg(-K_1(p)) = \arg\left(\frac{1}{1+j\omega(C_{OUT}+C_{IN})R_{OUT}}\right) =$$

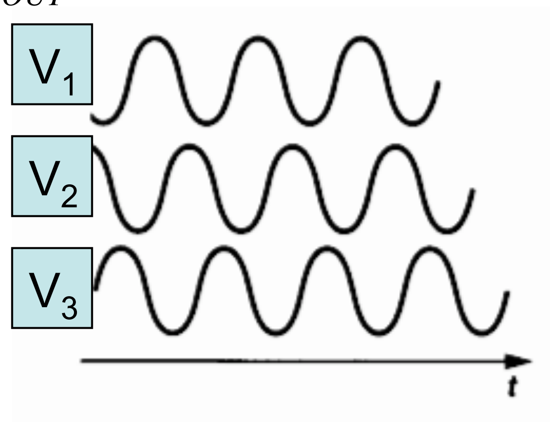
$$\arg(1+j\omega(C_{OUT}+C_{IN})R_{OUT}) = 3artg(\omega(C_{OUT}+C_{IN})R_{OUT}) = \pi$$

Ainsi, il existe **forcement** une fréquence à laquelle les trois cellules génèrent en sortie un signal en phase avec l'entrée.

$$\omega_{osc} = \frac{\tan(\pi/3)}{(C_{OUT}+C_{IN})R_{OUT}} = \frac{\sqrt{3}}{(C_{OUT}+C_{IN})R_{OUT}}$$

Explorons la condition du gain.

$$|K_3(j\omega)| = \left|\frac{(g_m R_{out})^3}{(1+j\sqrt{3})^3}\right| = \frac{(g_m R_{out})^3}{8} > 1 \Rightarrow g_m R_{out} > 2$$



Oscillateur avec des inverseurs MOS

- Exercice 3 : en pratique...

Lors de la conception, on voudra **garantir** l'apparition des oscillations.

En choisissant $g_m R_{OUT}=2$, on risque : et si il y a une dispersion et le gain est inférieur ?

On choisira, alors $g_m R_{OUT}>2$, avec une marge.

Mais alors, les oscillations vont diverger, et leur amplitude augmentera.

L'équilibre sera atteint lorsque la tension d'alimentation limitera la croissance de l'amplitude, i.e., le gain diminuera.

Le système entrera en zone non-linéaire... et alors, nos calculs ne tiendrons plus, du moins, pour la fréquence des oscillations.

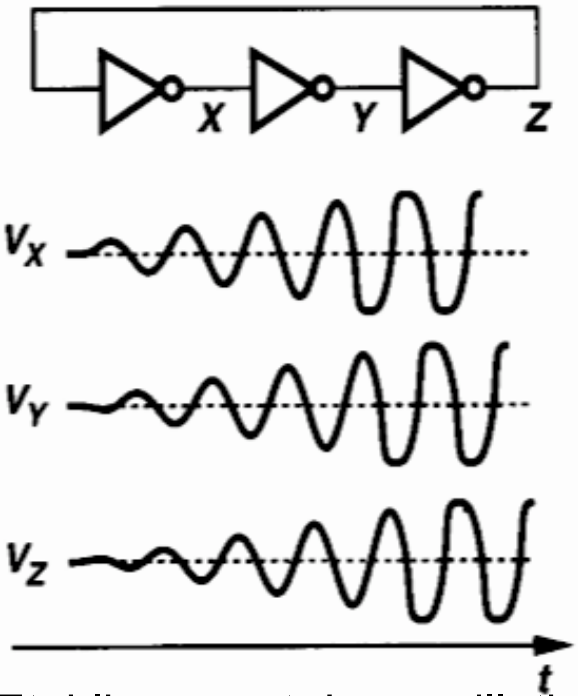
Important: plus on s'éloigne du fonctionnement linéaire (le gain DC supérieur à 2), moins sont valides ces calculs !

Oscillateur avec des inverseurs MOS

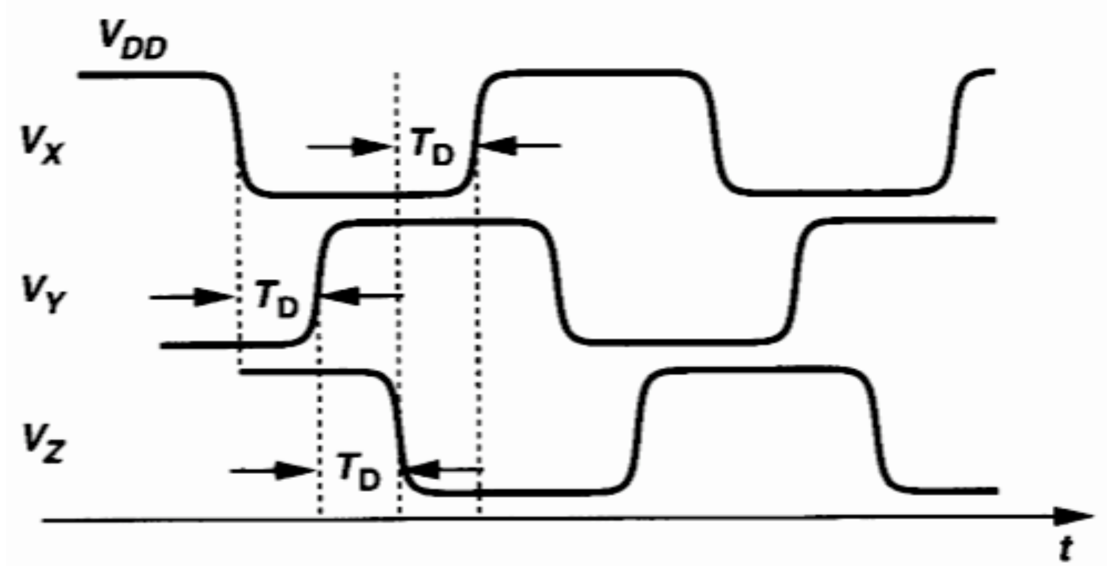
- Exercice 4. (« A domicile ») Calculer les pôles de l'oscillateur à deux inverseurs bouclés.

Oscillateur avec des inverseurs MOS

- Calcul de la fréquence d'oscillations du point de vue « grand signal ». [1]



Etablissement des oscillations dans un oscillateur en anneau [1]



Timing des oscillations établies dans un oscillateur en anneau [1]

Période $T = 6\ T_d = 3(T_{d01} + T_{d10})$

Oscillateur avec des inverseurs MOS

- Calcul de la fréquence d'oscillations du point de vue « grand signal ».

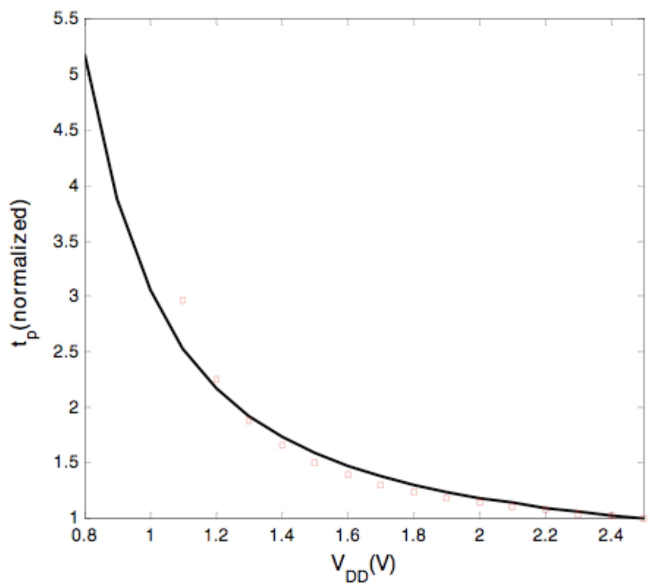
  La fréquence dépend du délai d'une porte.

  Il est donc important de savoir le calculer [2].

Le délai dépend du : Vdd, W/L et les paramètres technologiques.

$$t_{d10} \approx \frac{1.6(C_{OUT} + C_{IN})}{k'_n (W/L)_n V_{DD}},$$

$$t_{d01} \approx \frac{1.6(C_{OUT} + C_{IN})}{k'_p (W/L)_p V_{DD}}$$



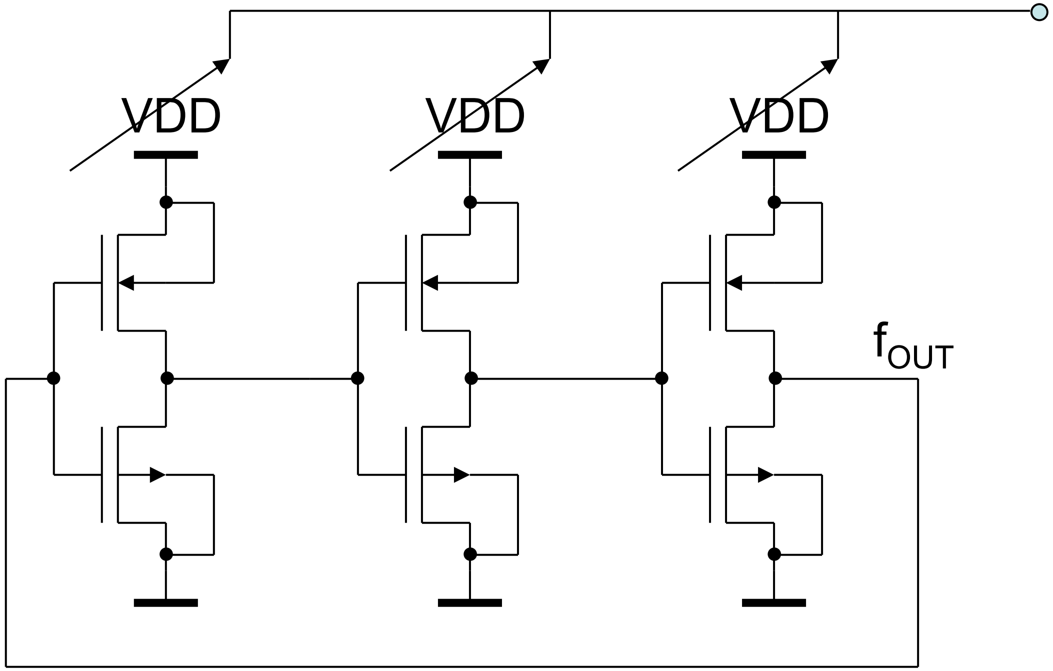
t_d versus Vdd, normalisé par rapport à la valeur à Vdd=2.V, pour une techno CMOS 0.25 [3]

Plan du cours

- Principes générales
- Evolution d'un oscillateur élementaire vers un oscillateur en anneau : analyse électrique
- Un oscillateur en anneau : analyse par méthode de fonction de transfert
- Oscillateurs non-linéaires et transconductance réelle
- Etude de cas : oscillateur en anneau MOS
- Contrôle de fréquence d'oscillateurs MOS
- Performances et caractéristiques d'un oscillateur : bruit de phase
- Oscillateur en anneau différentiel

Oscillateur avec des inverseurs MOS
Contrôle de fréquence

1. Contrôle par la tension VDD

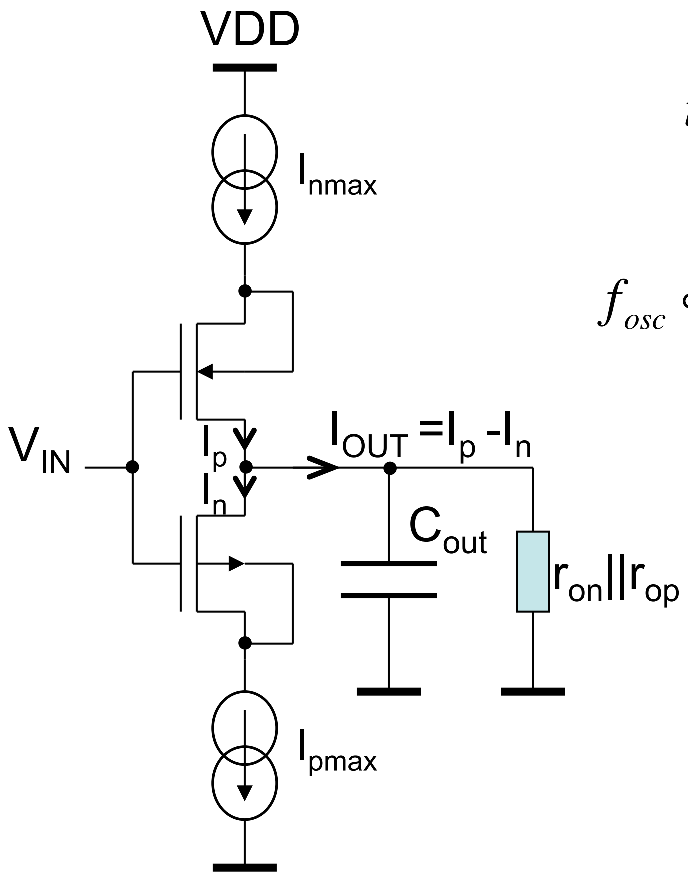


Avantage : contrôle linéaire de la fréquence , car $t_d \sim 1/V_{dd}$

En pratique, difficile à mettre en oeuvre

Oscillateur avec des inverseurs MOS
Contrôle de fréquence

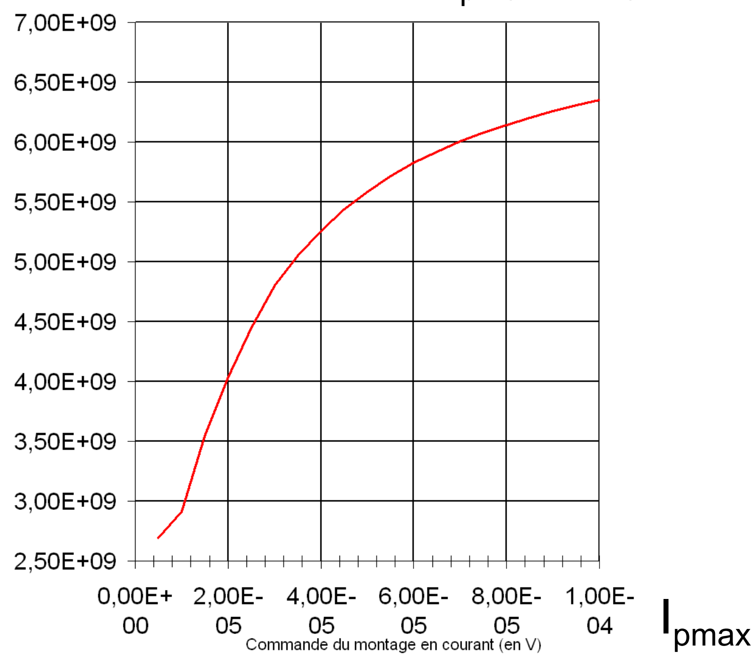
2. Contrôle du délai par le courant de charge



$$t_d \approx \frac{(C_{OUT} + C_{IN})Vdd/2}{I_{max}}$$

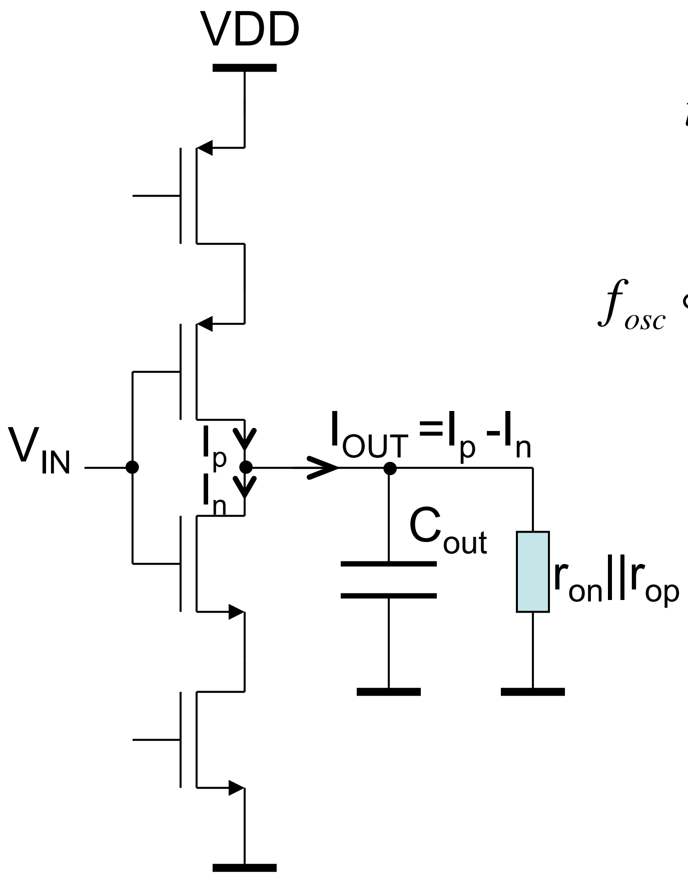
$$f_{osc} \propto I_{max}$$

Fréq. d'oscillation vs $I_{pmax}=I_{nmax}$



Oscillateur avec des inverseurs MOS Contrôle de fréquence

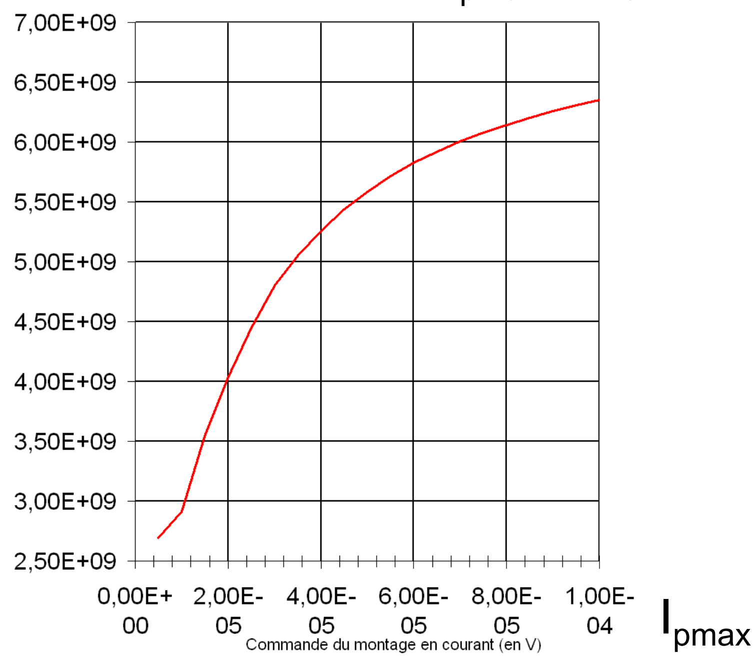
2. Contrôle du délai par le courant de charge



$$t_d \approx \frac{(C_{OUT} + C_{IN}) Vdd / 2}{I_{max}}$$

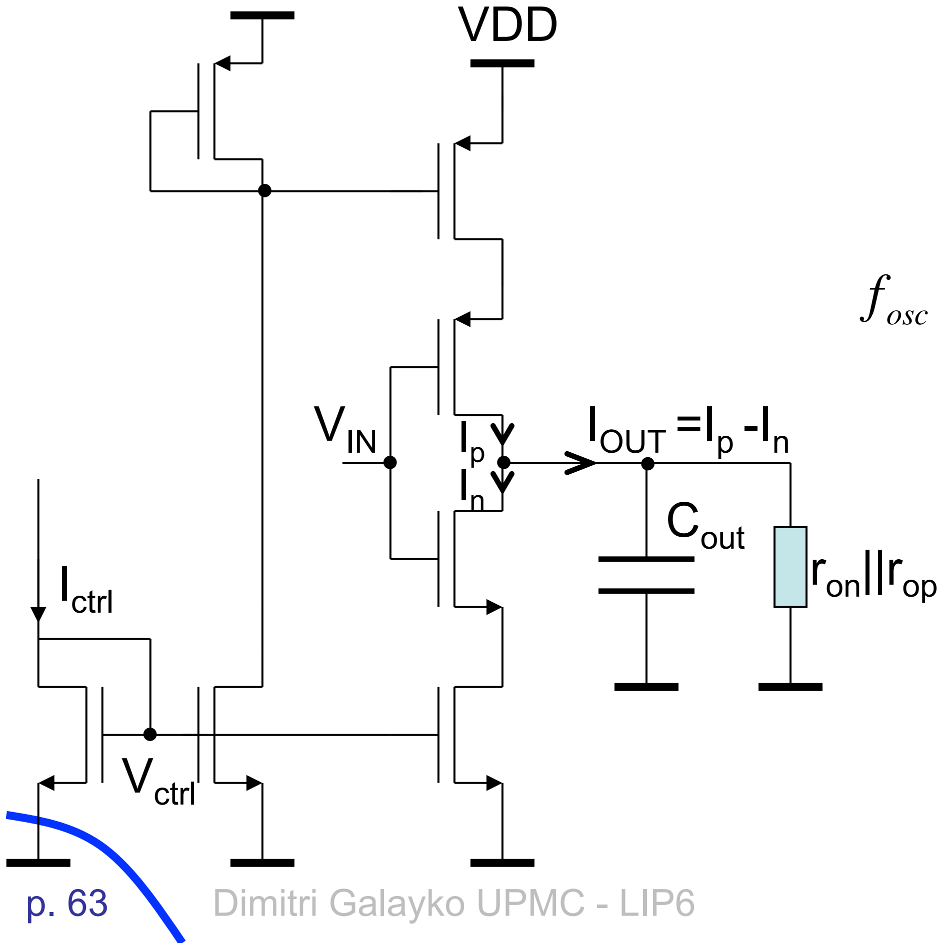
$$f_{osc} \propto I_{max}$$

Fréq. d'oscillation vs $I_{pmax} = I_{nmax}$



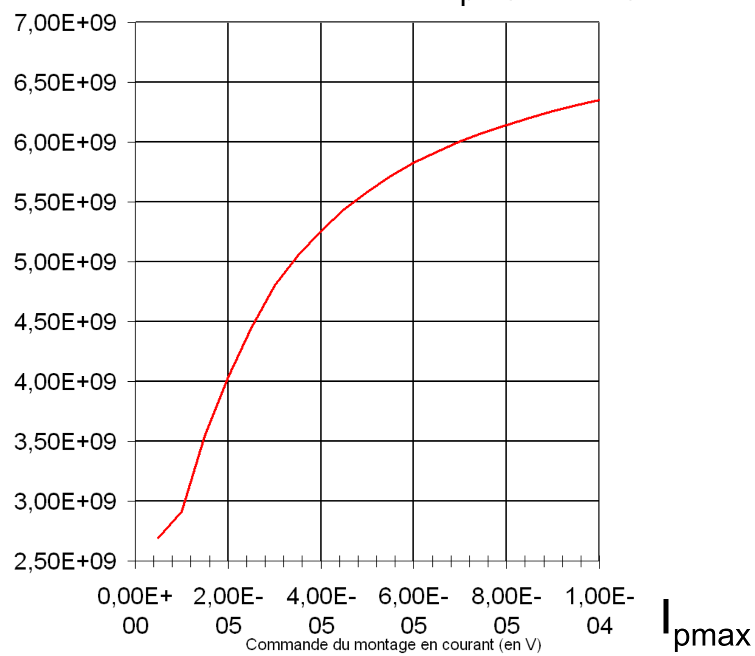
Oscillateur avec des inverseurs MOS
Contrôle de fréquence

2. Contrôle du délai par le courant de charge



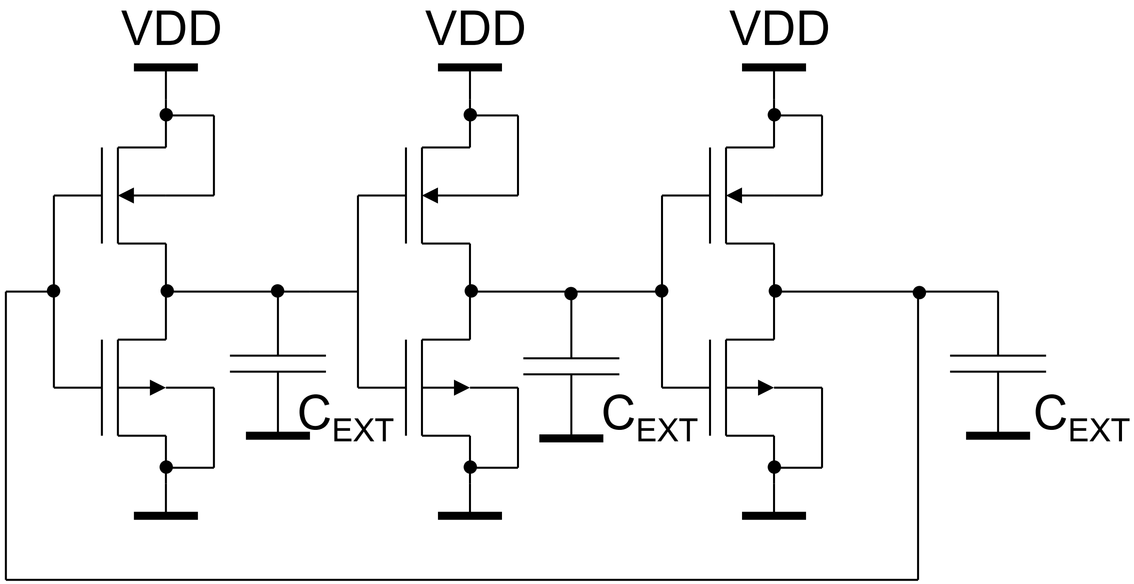
$$t_d \approx \frac{(C_{OUT} + C_{IN})Vdd/2}{I_{max}}$$

$$f_{osc} \propto I_{ctrl}$$

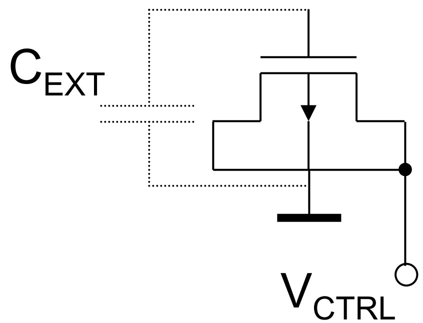


Oscillateur avec des inverseurs MOS
Contrôle de fréquence

3. Contrôle par ajout des éléments passifs [4]

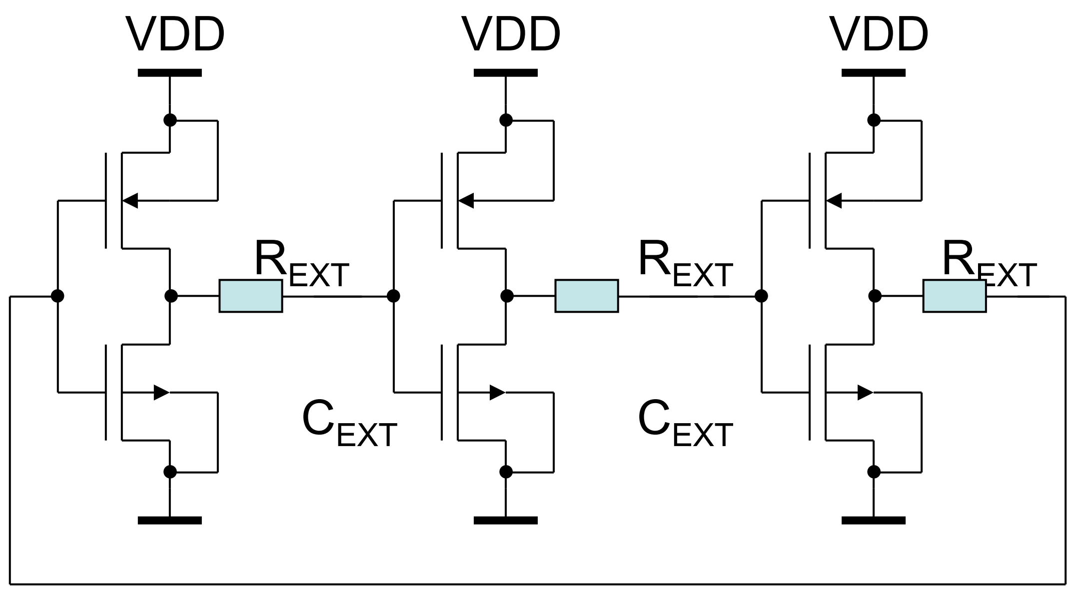


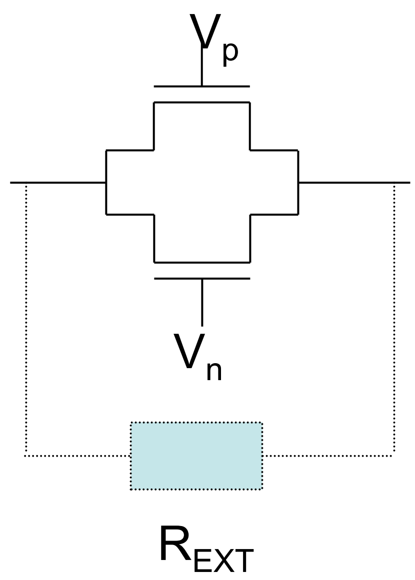
$$t_d \approx \frac{1.6(C_{OUT} + C_{IN} + C_{EXT})}{k'(W/L)V_{DD}}$$



Oscillateur avec des inverseurs MOS
Contrôle de fréquence

3bis. Contrôle par ajout des éléments passifs [4]





Plan du cours

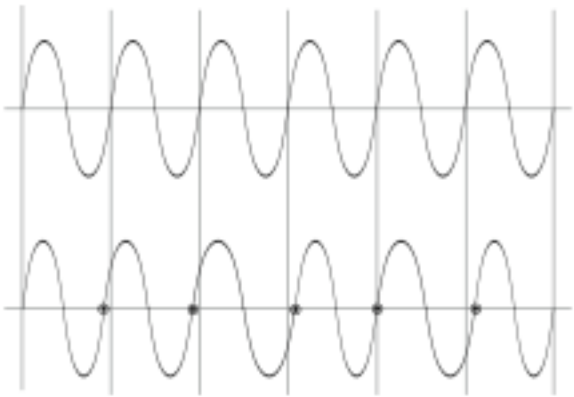
- Principes générales
- Evolution d'un oscillateur élementaire vers un oscillateur en anneau : analyse électrique
- Un oscillateur en anneau : analyse par méthode de fonction de transfert
- Oscillateurs non-linéaires et transconductance réelle
- Etude de cas : oscillateur en anneau MOS
- Contrôle de fréquence d'oscillateurs MOS
- Performances et caractéristiques d'un oscillateur : bruit de phase
- Oscillateur en anneau différentiel

Performances des oscillateurs

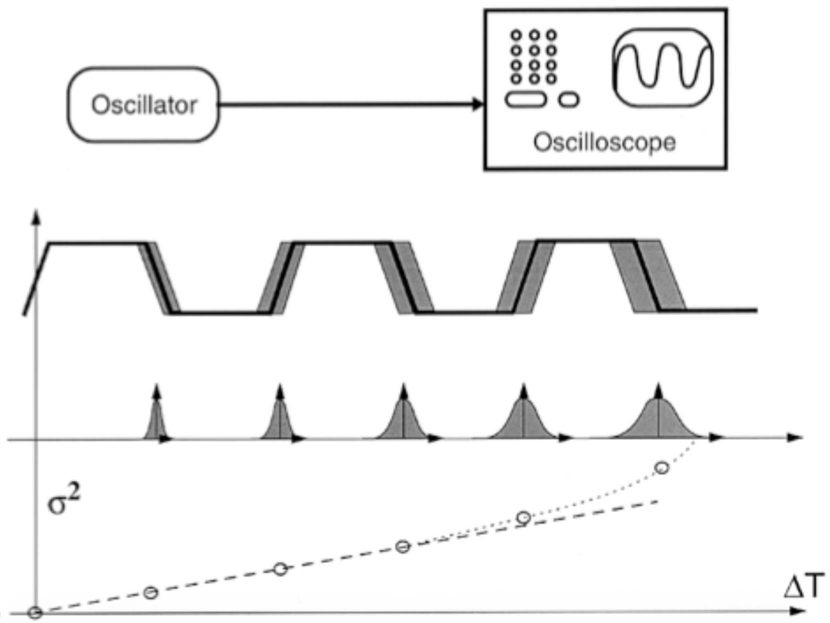
- En électronique analogique, le but d'un oscillateur est de fournir le signal périodique d'une forme d'onde particulière (ex., sinusoïdale en RF, ou triangulaire...)
  - Performance spécifique pour un oscillateur harmonique : pureté du spectre.
- En électronique numérique, le but est de fournir des événements périodiques, définis par les fronts d'un signal rectangulaire
  - Performance spécifique : bruit de phase (*jitter*, « gigue » d'horloge)

Bruit de phase d'un oscillateur

- Définition [3]

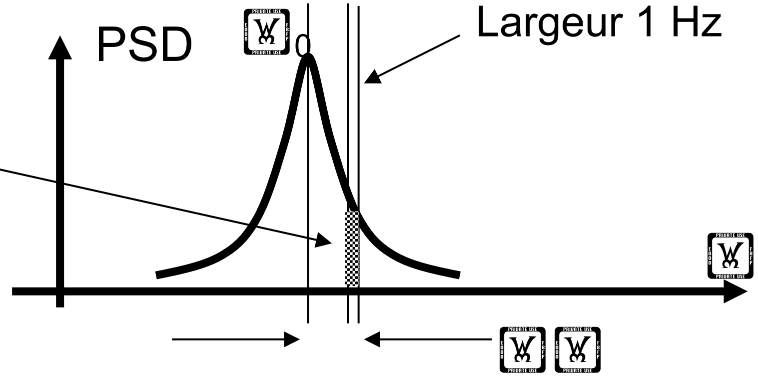


- Observation [5]



Single Sideband Noise Spectral Density:

$$\Im_{total}(\Delta\omega) = \frac{P_{sideband}(\omega_0 + \Delta\omega, 1Hz)}{P_{carrier}}$$



Bruit de phase d'un oscillateur Approche classique linéaire (1)

Hypothèse linéaire

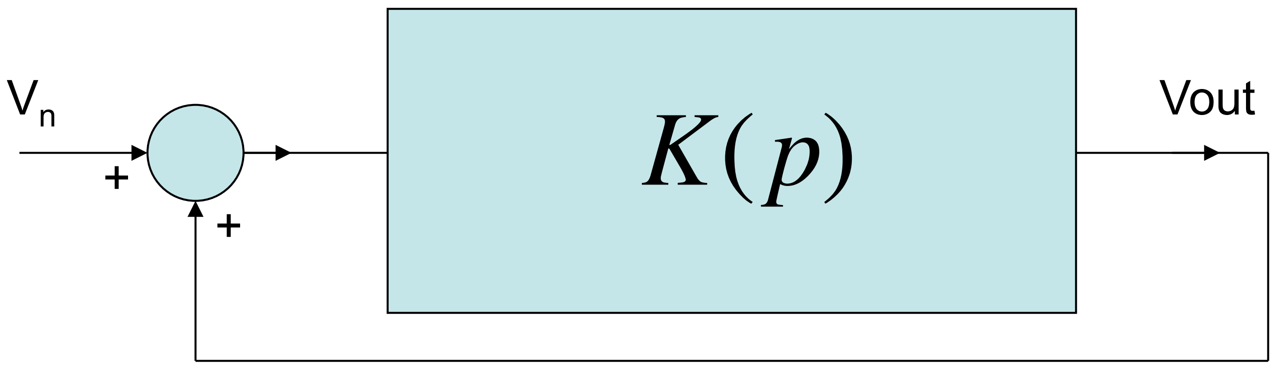
Analyse de la fonction de transfert en boucle fermée *A(p)* près de la fréquence d'oscillation (singularité)

$$A(p) = \frac{K(p)}{1 - K(p)}$$

Si K(p)=1, A(p) ➔ ∞

On développe A(jw) en série de Taylor autours de la fréquence d'oscillation w_0

Question : comment doit être A(p) pour un oscillateur idéal, sans bruit ?



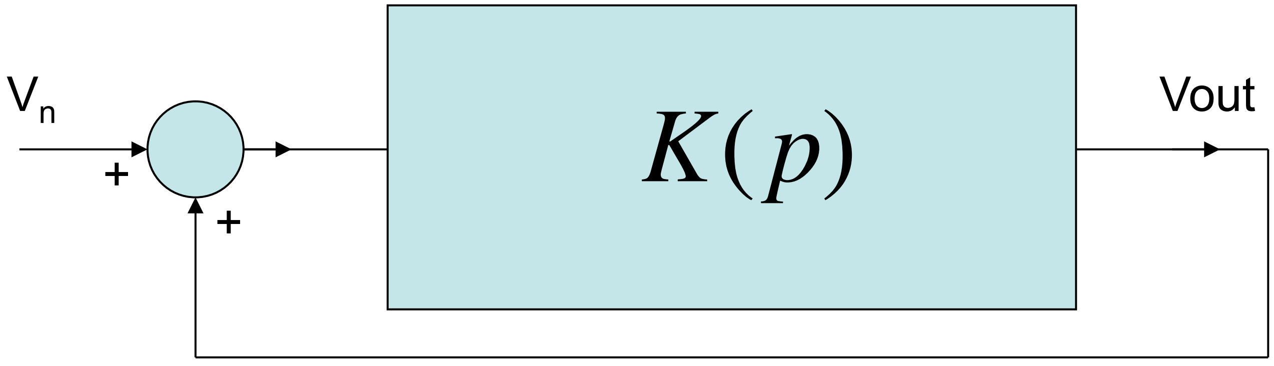
Bruit de phase d'un oscillateur Approche classique linéaire (2)

On développe K(jw) en série de Taylor autours de la fréquence d'oscillation w_0

$$K(j\omega_0 + j\Delta\omega) = K(j\omega_0) + \frac{dK(j\omega)}{d\omega}\Delta\omega = 1 + \frac{dK(j\omega)}{d\omega}\Delta\omega$$

On a pour A(jw):

$$A(j\omega_0 + j\Delta\omega) = -\frac{1+\dfrac{dK(j\omega)}{d\omega}\Delta\omega}{\dfrac{dK(j\omega)}{d\omega}\Delta\omega} \approx -\frac{1}{\dfrac{dK(j\omega)}{d\omega}\Delta\omega}$$

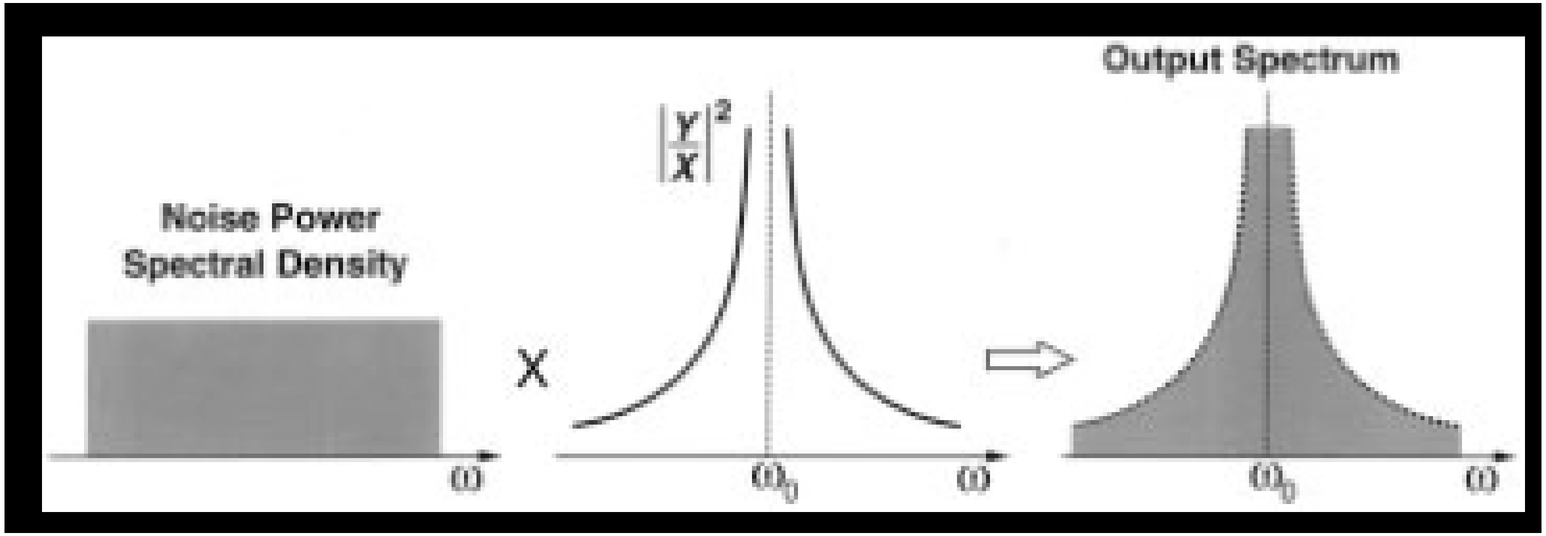


Bruit de phase d'un oscillateur Approche classique linéaire (3)

La densité spectrale de puissance du bruit vaut :

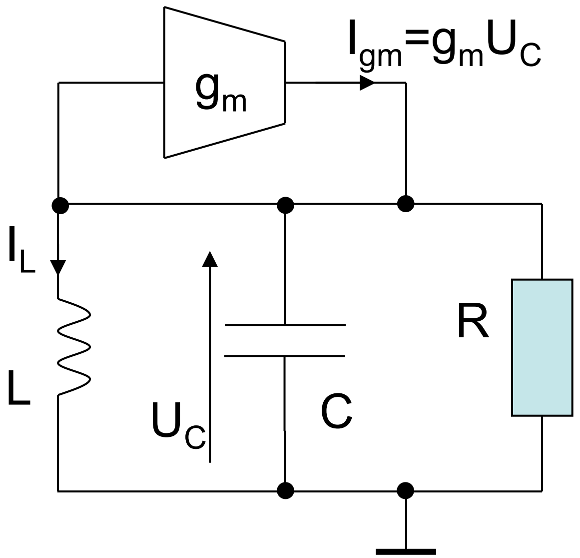
$$P_n(j\omega_0 + j\Delta\omega) = \left|A(j\omega_0 + j\Delta\omega)\right|^2 = \frac{1}{\left|\frac{dK(j\omega)}{d\omega}\right|^2 \Delta\omega^2}$$

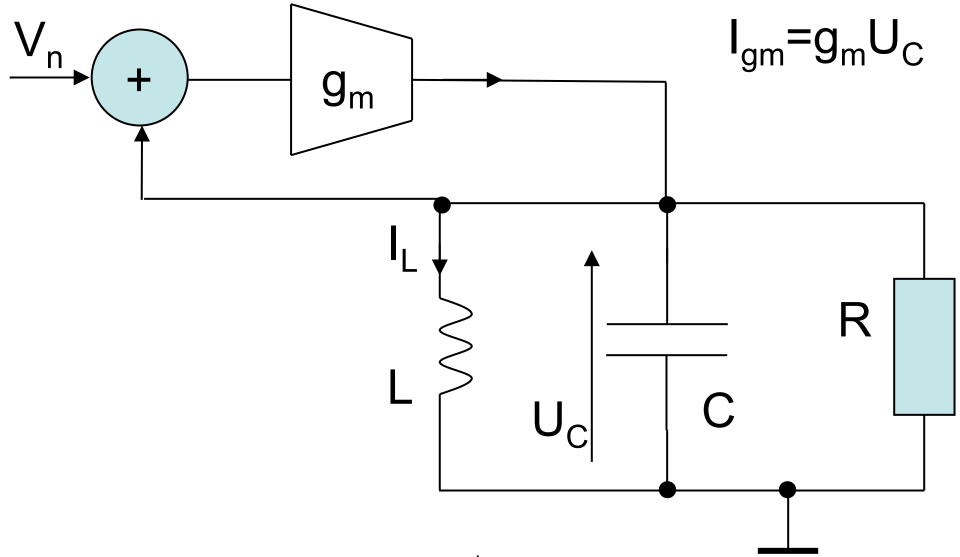
Ce qui donne une mise en forme de bruit en $1/\omega^2$



Bruit de phase d'un oscillateur
Facteur de qualité (1)

Appliquons l'approche présentée à l'oscillateur classique LC





$$K(j\omega)=\frac{g_m}{\frac{1}{R}+\frac{1}{j\omega L}+j\omega C} \qquad \frac{dK(j\omega)}{d\omega}=\left.\frac{g_m\left(-\frac{1}{j\omega^2 L}+jC\right)}{\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{j\omega L}+j\omega C\right)^2}\right|_{\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}} = g_m R^2 j\cdot 2C = 2jRC=\frac{2j}{Q\omega_0}$$

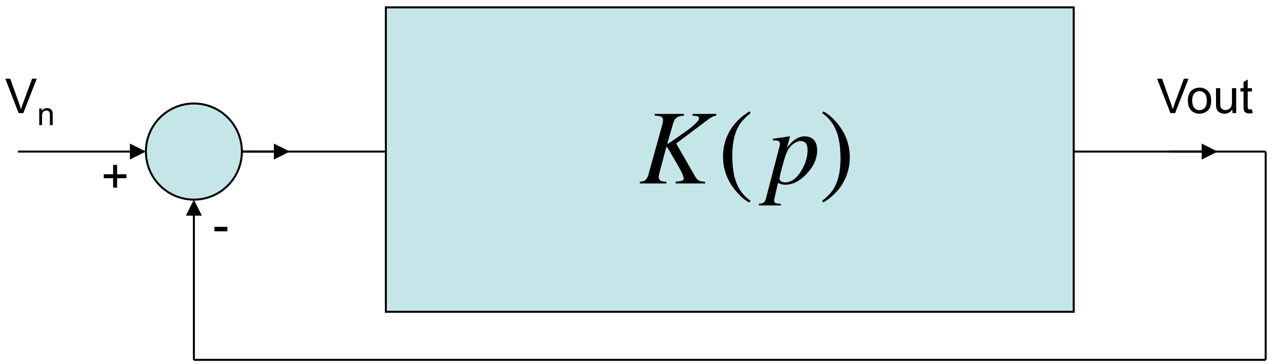
Bruit de phase d'un oscillateur
Facteur de qualité (2)

Nous avons donc : $\frac{dK(j\omega)}{d\omega} = j\frac{2Q}{\omega_0}$ et $\left|A(j\omega_0 + j\Delta\omega)\right|^2 = \frac{1}{4Q^2}\left(\frac{\omega_0}{\Delta\omega}\right)^2$

Cela permet d'introduire une mesure universelle caractérisant tous les oscillateur réalisé avec le schéma ci-dessous. On définit le facteur de qualité d'un résonateur donné par le schéma avec contre-réaction comme :

$$Q = \frac{\omega_0}{2}\left|\frac{dK(j\omega)}{d\omega}\right|$$

C'est le facteur de qualité d'un oscillateur LC équivalent ayant le même niveau de bruit que l'oscillateur considéré.



Bruit de phase d'un oscillateur

Facteur de qualité d' oscillateur en anneau

Les conditions d'oscillation sont remplies : $g_m R_{out}=2$

$$\omega_{osc} = \frac{\sqrt{3}}{R_{out}(C_{out}+C_{in})}$$

$$H(p) = K_3(p) = \left(-\frac{g_m R_{OUT}}{1+p(C_{OUT}+C_{IN})R_{OUT}}\right)^3$$

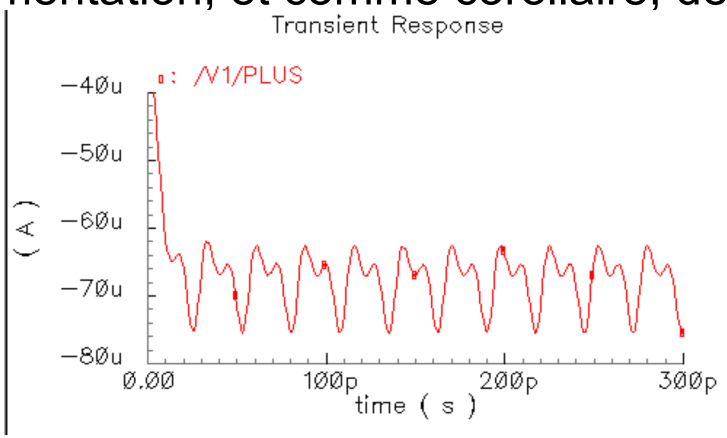
$$\left|\frac{dH(j\omega)}{d\omega}\right| = \frac{3\sqrt{3}}{2}\omega_{osc} \qquad Q = \frac{\omega_{osc}}{2}\left|\frac{dH(j\omega)}{d\omega}\right| = \frac{3\sqrt{3}}{4} \approx 1.3$$

Q est plutôt bas comparé aux oscillateurs LC

Oscillateur en anneau différentiel

- Raisons d'être : les défauts de l'oscillateur « single-ended »
- Il s' agit de la :
  - sensibilité vis-à-vis du bruit de substrat et des alimentations. Particulièrement critique dans les circuits numériques
  - génération du bruit dans le substrat et dans les alimentations.

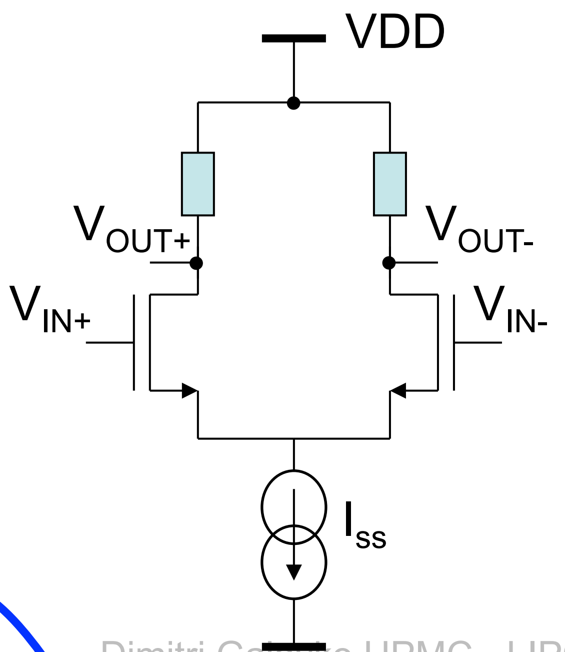
    En effet, chaque transition fait charger une capacité en sollicitant un courant des alimentations. Résultat: courant impulsionnel dans les bus d'alimentation, et comme corollaire, des chutes de tensions parasites.

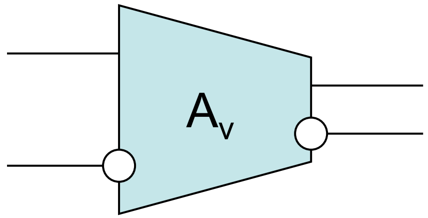


  - consommation substantielle d'énergie. A chaque cycle d'oscillation, on perd $N(C_{out}+C_g)V_{dd}^2$ Joules d'énergie. A multiplier par f_{osc} pour avoir la puissance dissipée !

Oscillateur en anneau différentiel

- Idée : remplacer l'inverseur CMOS single-ended par un inverseur différentiel.
- Le même principe : une source de courant différentielle chargée par un circuit RC
- La cellule peut être vue comme un quadripôle (amplificateur) tension-tension





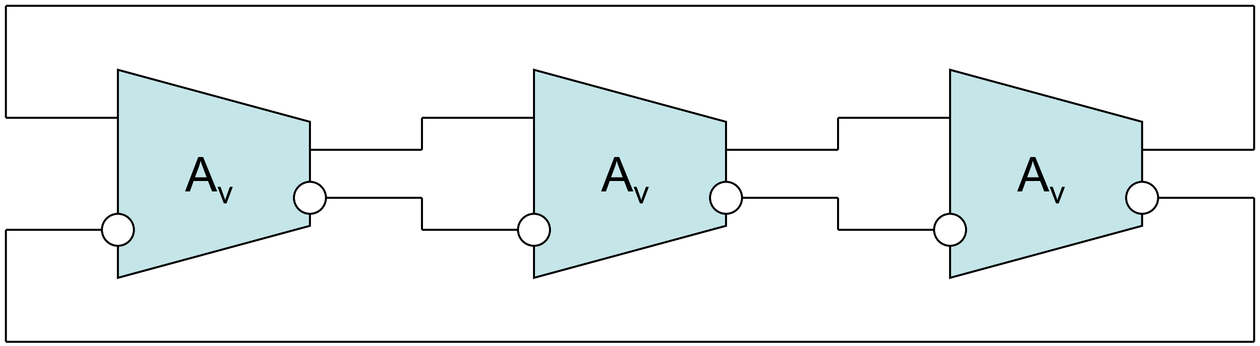
Les tensions d'entrée-sorties ont deux composantes : mode commun et mode différentiel

En mode différentiel : $V_{OUT+} - V_{OUT-} = \overline{V_{IN+} - V_{IN-}}$

En mode commun : $V_{OUTmc} = \overline{V_{INmc}}$

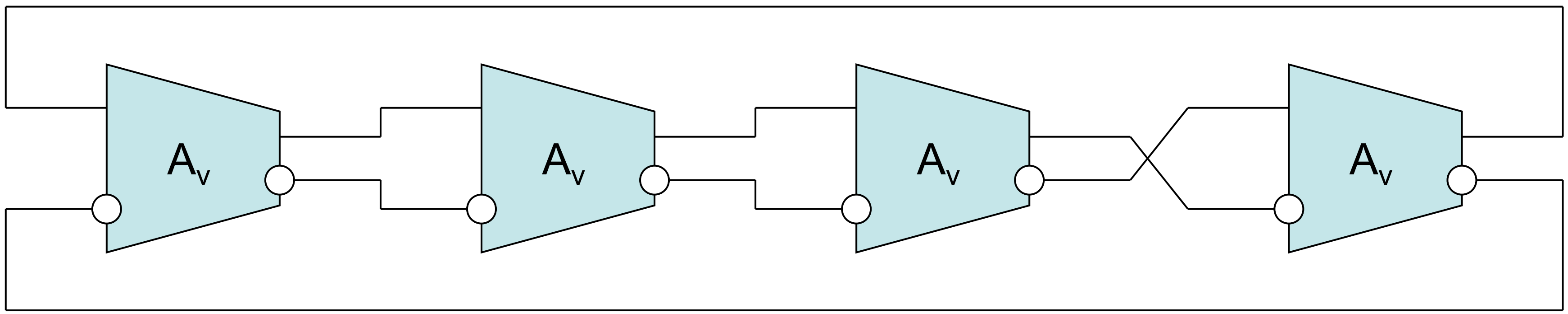
Oscillateur en anneau différentiel

- Pour réaliser un oscillateur, on peut mettre 3 cellules, comme pour le single-ended...
- Alors, attention ! en on risque d'avoir des oscillations en mode commun.
- Car en mode commun, on a le même circuit qu'un oscillateur en inverseurs MOS classiques. Il faut faire attention lors du design, afin que les conditions d'oscillations ne soient pas remplies en mode commun.



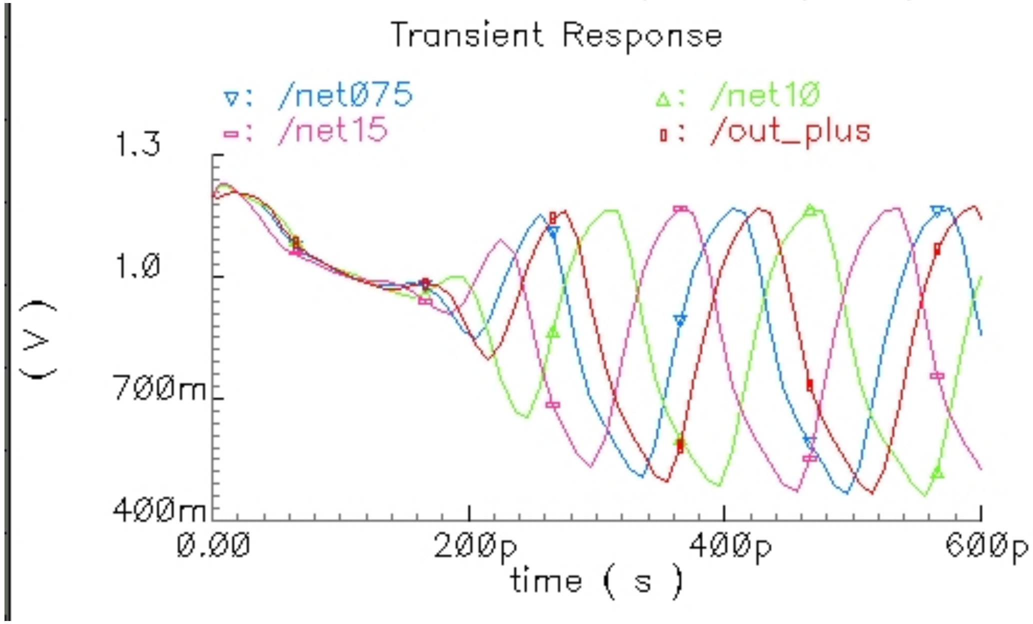
Oscillateur en anneau différentiel

- Une solution : ajouter un quatrième étage
- Mode différentielle : pour assurer une inversion en basses fréquences, on permute les entrée sur un des maillons : c'est OK
- Mode commun : en basses fréquences on a un suiveur, alors, la condition d'oscillation peut être être remplie ! (déphasage 0, gain > 1 !!!) Dans ce cas on aura un comportement de type bascule, et on n'aura pas d'oscillations en mode commun



Un autre avantage : nous avons 4 signaux identiques décalés de $\pi/2$: parfait pour une application RF où on a besoin de signaux en quadrature... Attention alors à l'appariement...

Oscillateur en anneau différentiel



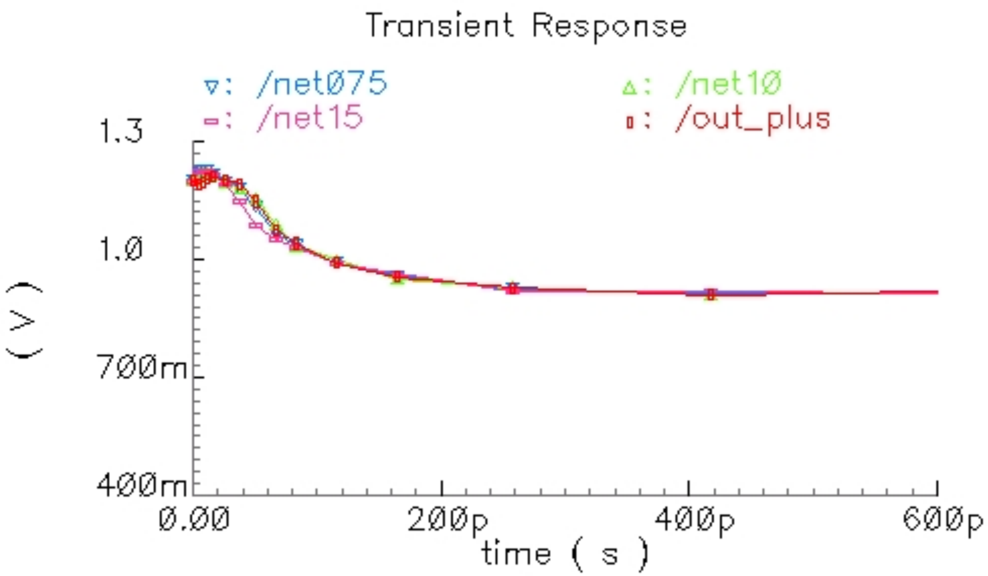
Démarrage normal des oscillations : le circuit démarre en mode commun pur, mais dans une zone où les oscillations ne peuvent pas commencer (les conditions ne sont pas remplies). Ensuite, le mode commun converge vers l'état où les oscillations en mode différentiel peuvent commencer.

Remarquez, que l'en mode commun le circuit est convergent, oscillatoire dans le mode différentiel.

En simulation : ça ne marche pas si le circuit est parfaitement symétrique !!!!!

Ici, j'ai du déséquilibrer le circuit très légèrement pour rendre les oscillations mode différentiel possible. Voilà ce que ça donne :

Oscillateur en anneau différentiel



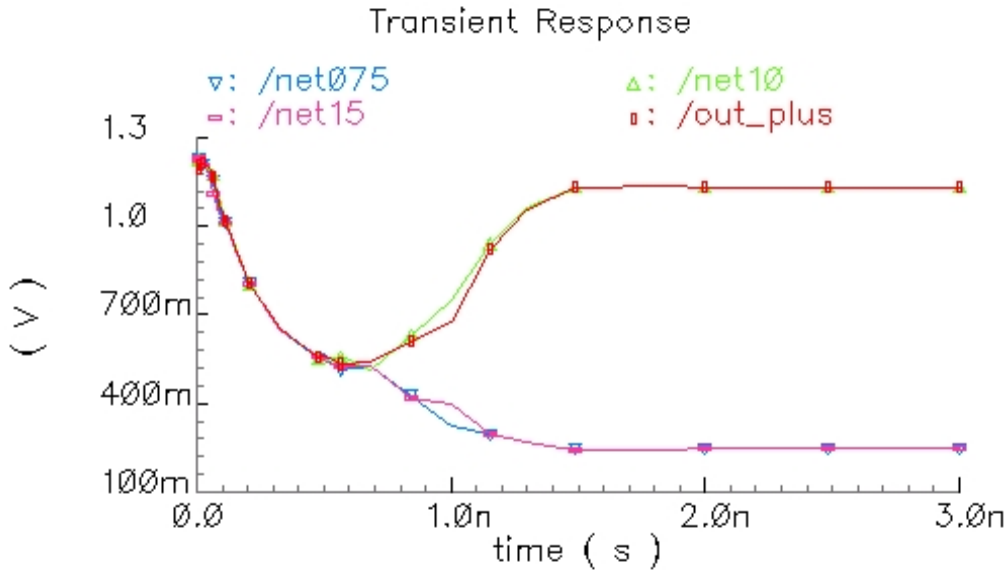
Démarrage normal des oscillations : le circuit démarre en mode commun pur, mais dans une zone où les oscillations ne peuvent pas commencer (les conditions ne sont pas remplies). Ensuite, le mode commun converge vers l'état où les oscillations en mode différentiel peuvent commencer.

Remarquez, que l'en mode commun le circuit est convergent, oscillatoire dans le mode différentiel.

En simulation : ça ne marche pas si le circuit est parfaitement symétrique !!!!!

Ici, j'ai du déséquilibrer le circuit très légèrement pour rendre les oscillations mode différentiel possible. Voilà ce que ça donne :

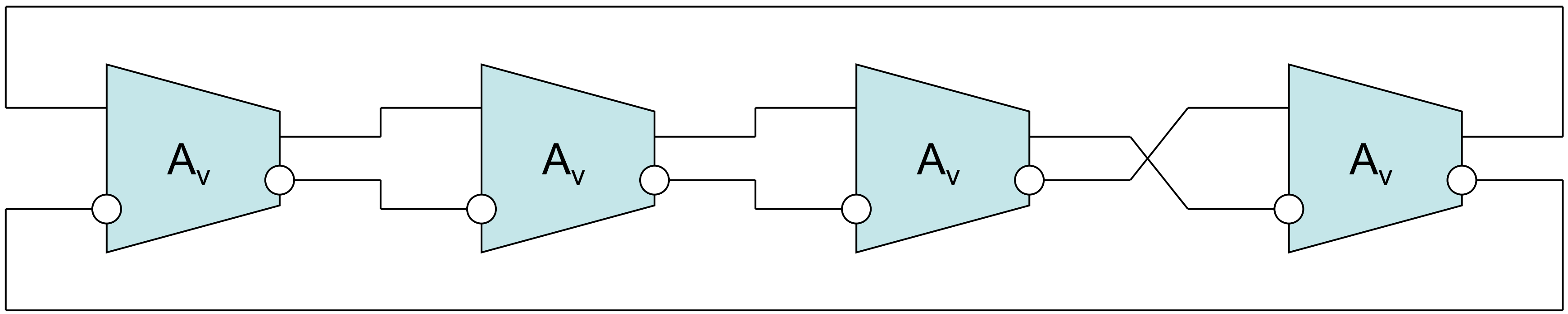
Oscillateur en anneau différentiel



Exemple d’un mauvais réglage du mode commun. Si le gain DC de mode commun est trop grand, nous avons une contre-réaction positive en DC, et le circuit se comporte comme une bascule. Après un transitoire et un temps de métastabilité, le circuit se verrouille dans un état stable « numérique », dans lequel les oscillations en mode différentiel ne sont pas possible.

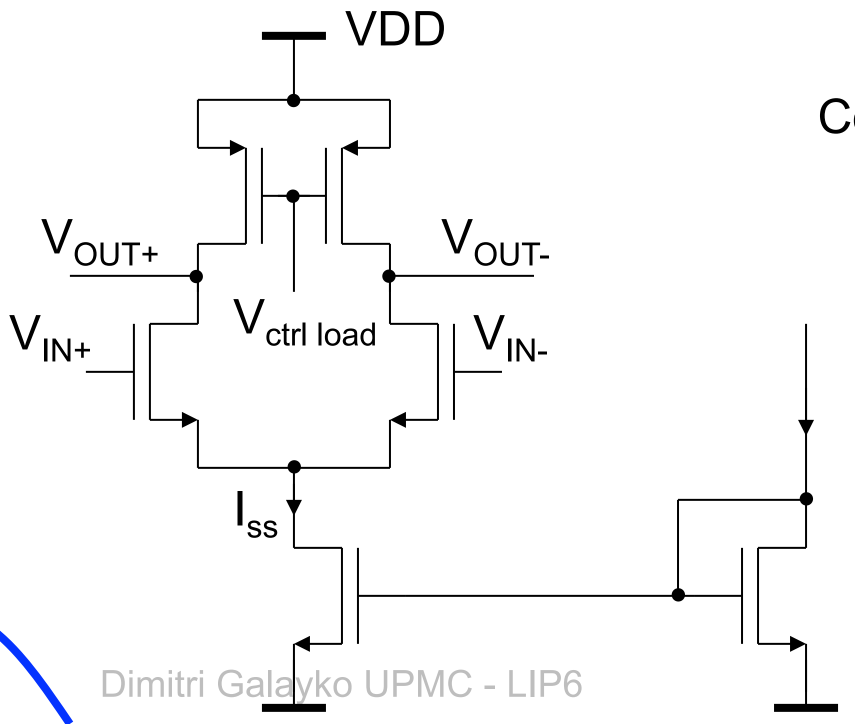
Oscillateur en anneau différentiel

- Ainsi, dans un oscillateur avec des transconductances différentielles, nous avons deux systèmes distinctes, qui coexistent en parallèle : système « mode commun » et système « mode différeniel ». Il faut stabiliser et amortir le système « mode commun » et faire osciller le système « mode différentielle ».
- Ceci est faisable grâce au nombre de paramètres de conception offert par le schéma d'une cellule, du fait de sa complexité.



Oscillateur en anneau différentiel

- Ainsi, dans un oscillateur avec des transconductances différentielles, nous avons deux systèmes distinctes, qui coexistent en parallèle : système « mode commun » et système « mode différeniel ». Il faut stabiliser et amortir le système « mode commun » et faire osciller le système « mode différentielle ».
- Ceci est faisable grâce au nombre de paramètres de conception offert par le schéma d'une cellule, du fait de sa complexité.



Conception robuste d'un oscillateur :

- maîtrise d'une cellule
- garantie du régime
- protection contre le bruit
- prise en compte des dérives thermiques
- maîtrise de la consommation
- maîtrise du layout

Oscillateur en anneau différentiel

- La conception d'un oscillateur est alors hiérarchique.
- Les spécifications haut niveau : fréquence des oscillations (ou une plage de fréquence) et le contexte de fonctionnement (bruit, contraines sur la consommation, jitter etc...)
- Ces spécifications guideront la conception des cellules.
- On aura donc une vraie approche « top-down »

A SUIVRE :

Cours 2. Conception de cellules d'inverseur différentiel. Enjeux et compromis.

Bibliographie du cours 1

Livres :

[1] Behzad Razavi, Design of Analog CMOS Integrated Circuits, McGraw-Hill, 2001

[2] Jan M. Rabaey, Digital Integrated Circuits - A Design Perspective, 2nd Edition

[3] Asad A. Abidi, How Phase Noise Appears in Oscillators, chapter from the book « Analog Circuit Design... », 1997, Kluwer Academic Publishers, also available online

Articles :

[4] R. Chebli, X. Zhao and M. Sawan, A Wide Tuning Range Voltage-Controlled Ring Oscilator dedicated to Ultrasound Transmitter,

[5] Articles sur le bruit de phase :

- [5.1] Behzad Razavi, A study of phase noise in CMOS oscillators, IEEE JSSC, vol. 31, N. 3, march 1996, pp. 331-343
- [5.2] Ali Hajimiri, Sotirios Limotyrakis, Thomas H. Lee, Jitter and Phase Noise in Ring Oscillators, IEEE Journal of solid-state circuits, 1999, vol. 34
- [5.3] Ali Hajimiri, Thomas H. Lee A General Theory of Phase Noise in Electrical Oscillators IEEE Journal of Solid-State Circuits, 1998, vol. 33
- [5.4] Thomas H. Lee, Member, Ali Hajimiri, Oscillator Phase Noise: A Tutorial IEEE Journal of Solid-State Circuits, 2000, vol. 35

Informations pratiques

- Enseignants :
  - Dimitri Galayko (Cours et TD)
    - e-mail : dimitri.galayko@lip6.fr, +33 1 44 27 70 16
    - Page personnelle : www-soc.lip6.fr/users/dimitrigalayko
  - Ramy Iskander (Cours/TD)
    - e-mail : ramy.iskander@lip6.fr
    - Page personnelle : asim.lip6.fr/~ramy
  - Marie-Minerve Louërat (cours/TPs)
    - e-mail : marie-minerve.louerat@lip6.fr
    - Page personnelle: www-soc.lip6.fr/users/marie-minerve-louerat/