

# Cours 1 - rappels: Circuits de courant continu

Dimitri Galayko,  
dimitri.galayko@lip6.fr

LIP6  
University of Paris-VI  
France

Cours Elec-Ana  
SESI M1  
septembre 2013

# Outline

- 1 Bases de l'électricité: champ électrique
- 2 Théorie de réseaux électriques: généralités
- 3 Bases la théorie des circuits : dipôles, sources
- 4 Analyse de circuits de courant continu
- 5 Sources réelles et sources équivalentes

# Charges électriques et champ électrique

- Charges électriques créent un champ électrique.
- Existence de deux types de charges: positives et négatives,
- Les charges se conservent, s'additionnent et se compensent,
- Les charges électriques interagissent avec la force:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R^2}. \quad (1)$$

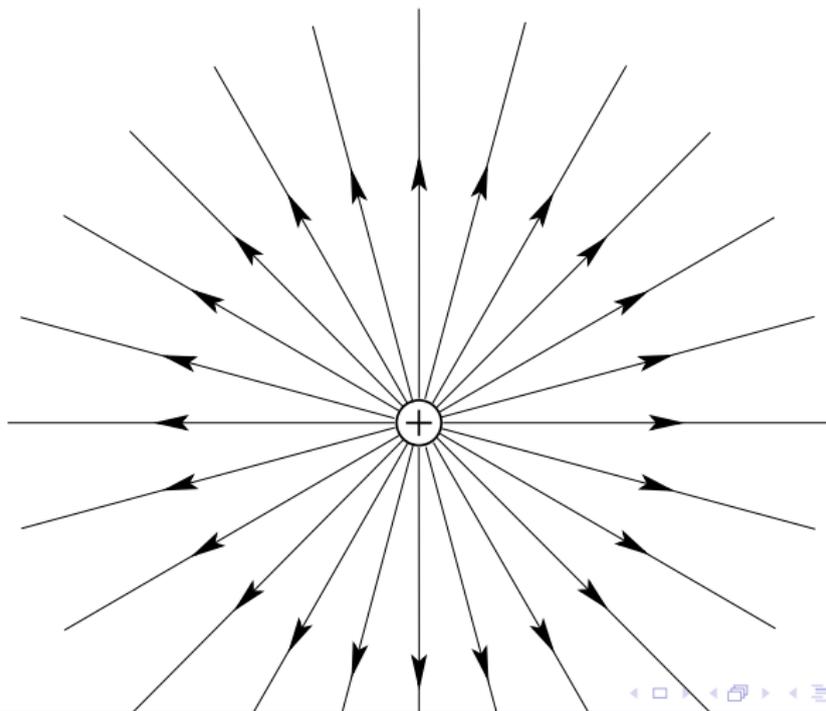
où  $q_1$ ,  $q_2$  sont les valeurs des charges,  $R$  est la distance entre les charges,  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide (constante universelle):

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} \quad (2)$$

- Les charges se mesurent en Coulomb:  $[Q] = C$

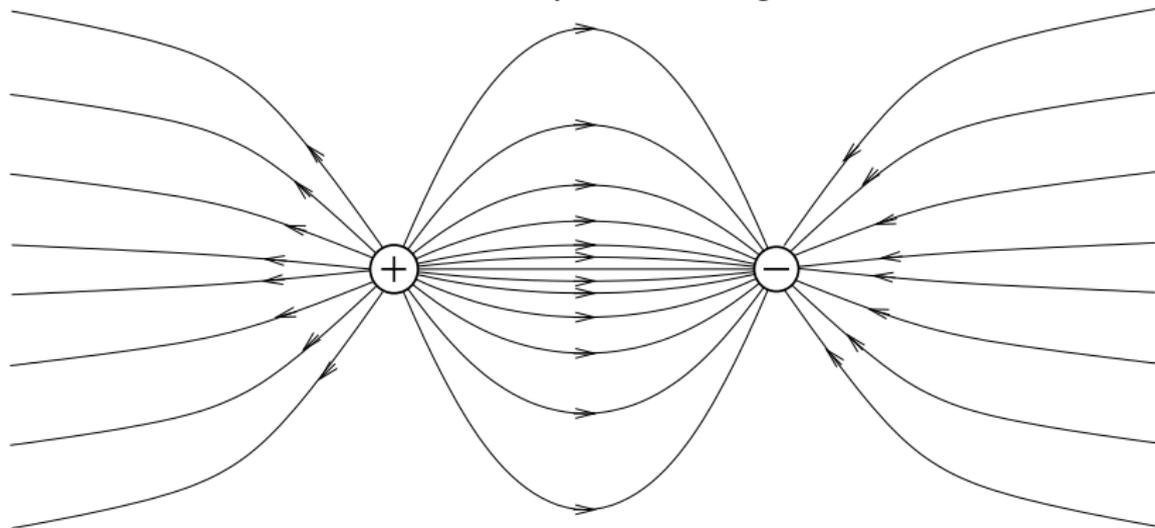
# Champ électrique

Le médium à travers lequel les charges "se voient".



# Champ électrique

Le médium à travers lequel les charges "se voient".

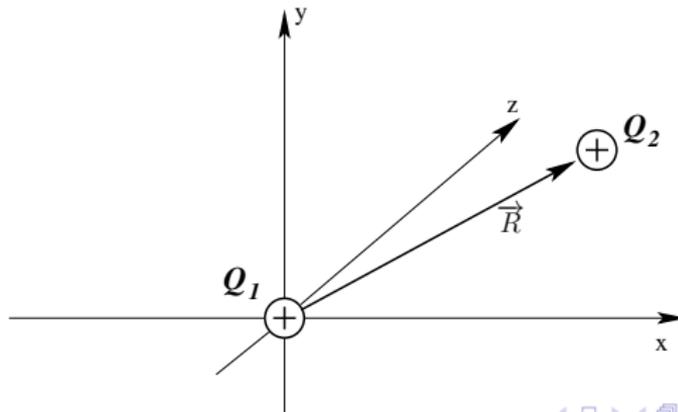


# Champ électrique

Le médium à travers lequel les charges "se voient".

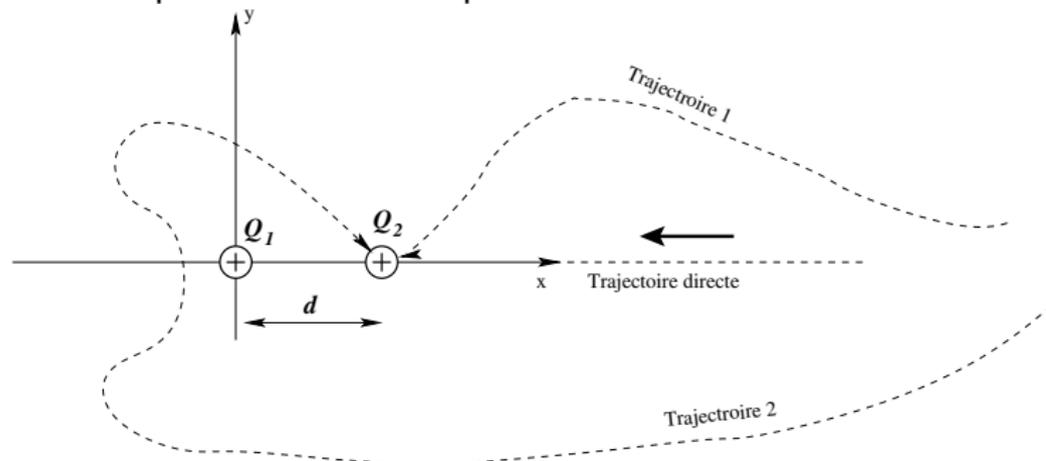
L'expression mathématique du vecteur de champ: le rapport entre la force et la charge sur laquelle la force agit.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{|\vec{R}|^3} \vec{R}, \quad (3)$$



# Champ électrique

Le champ électrique est potentiel: le travail effectué ne dépend pas de la trajectoire. Autrement dit, l'énergie des charges ne dépend que de leurs positions dans l'espace.



# Champ électrique

Le champ électrique est potentiel: le travail effectué ne dépend pas de la trajectoire. Autrement dit, l'énergie des charges ne dépend que de leurs positions dans l'espace.

Cela permet d'introduire la notion du potentiel. Le potentiel d'un point de l'espace est l'énergie nécessaire pour amener une charge unitaire de l'infini. Cette énergie s'appelle "l'énergie potentielle".

$$\varphi = \frac{W}{q} \quad (4)$$

# Lien entre le vecteur du champ et le potentiel

Cas unidimensionnel :

$$E = -\frac{d\varphi}{dx}. \quad (5)$$

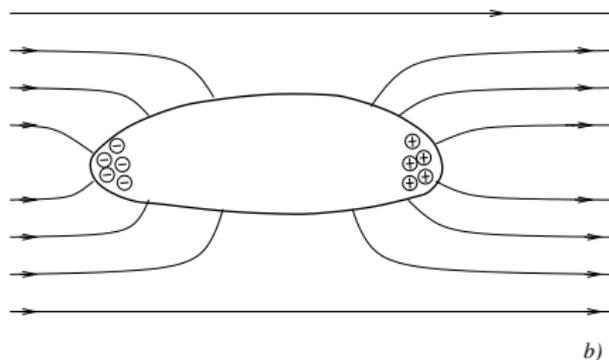
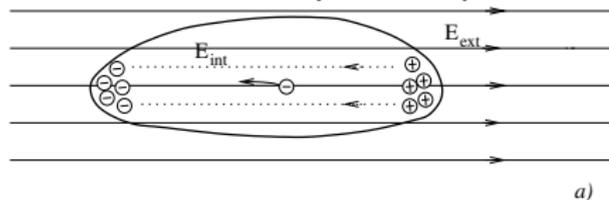
$$\varphi = -\int E dx + \xi \quad (6)$$

où  $\xi$  est une constante. Sa valeur dépend du choix du point de référence, qui est arbitraire. Ceci confirme le caractère relatif de l'énergie potentielle et du potentiel.

La tension : la différence entre deux potentiels,  $V = \varphi_1 - \varphi_2$

# Conducteur dans un champ électrique

A retenir : le champ électrique dans un conducteur est nul.



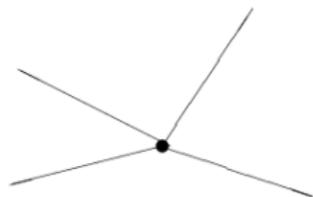
$$\vec{E}_{int} + \vec{E}_{ext} = 0$$

# Théorie des circuits: un peu d'histoire

- Etudie l'association des *composants électriques* idéalisés.
- Basée sur des axiomes valables dans certaines limites.
- Beaucoup d'affinités avec la théorie des réseaux, graphes.
- Développée surtout au XX siècle; actuellement, en tant que branche académique, vit une certaine crise, car:
  - Les chapitres "faciles" ont été épuisés: par exemple, la théorie des circuits linéaires est exhaustive, mais l'extension vers les systèmes non-linéaires est faible.
  - Les chapitres difficiles peinent à avancer pour 2 raisons:
    - 1) Manque d'outils mathématiques *accessibles aux électroniciens*
    - 2) Manque de motivation: la disponibilité des calculateurs puissants et d'outils de simulation!
- Outils mathématiques: principalement la théorie de systèmes linéaires et analyse intégrale et différentielle
  - Algèbre linéaire (manipulation de matrices, ...)
  - Théorie d'équation différentielles linéaires
  - Fonctions de variable complexe

# Les éléments idéaux de l'électronique

- Les conducteurs: un corps possédant un grand nombre de charges libres: un corps métallique, une solution électrolytique, un plasma.
- En pratique: des fils.
- Court-circuit, circuit ouvert



- Interrupteurs



Axiomes:

- 1) Neutralité électrique,
- 2) absence de rayonnement,
- 3) résistance, inductance et capacité nulles.

# Un courant, une tension

Le courant électrique: un flux orienté de charges non-compensées. Le courant électrique se mesure par son *intensité*, mesurée pour une section donnée (typiquement, celle d'un fil): la quantité de charges positives qui passe en unité de temps par la section dans une direction spécifiée. Le courant est négative si le sens réel du flux est opposée. Le courant se mesure *dans un fil* (il faut couper le fil pour mesurer un courant).

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (7)$$

– I: l'intensité de courant électrique (le courant électrique), se mesure en Ampères (A).

# Un courant, une tension

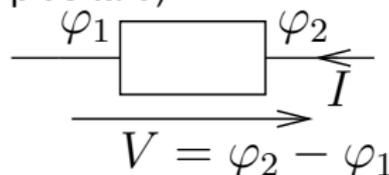
La tension: se mesure entre *deux points*, comme la différence de potentiels de ces deux points :

$$V_{12} = \varphi_1 - \varphi_2, \quad (8)$$

Axiome: la tension entre deux points d'un conducteur est toujours nulle.

# Dipôle

Un dipôle est un système électrique accessible de l'extérieur par deux bornes ou terminaux (terminal == borne == conducteur). Des éléments à plusieurs terminaux sont également possibles (on le verra plus tard).



- Un dipôle est défini par une relation entre le courant et la tension. Cette relation peut être algébrique, différentielle, etc.
- Les sens conventionnels positifs des tensions et des courants: arbitraire. La convention la plus courante est donnée sur le dessin, appelée "convention récepteur".

## Puissance/énergie dans un dipôle

*Un dipôle traversé par un courant et ayant une tension non-nulle à ces borne donne lieu à un échange d'énergie électrique entre le circuit électrique et le système interne du dipôle.*

Pour le dipôle avec la convention de mesure de courant/tension donnée sur le dessin, ce flux d'énergie *vers l'intérieur du dipôle* a la puissance instantanée suivante:

$$P = VI. \quad (9)$$

- Si la tension et le courant ont le même signe, la puissance est *positive*: le dipôle *absorbe* de l'énergie, et le circuit *perd* l'énergie. Tel est le cas de la plupart des éléments actifs: résistors, diodes. Pour ces éléments, cette puissance est toujours positive.
- Une capacité et une inductance peuvent absorber ou générer l'énergie, cf. le cours 2

# Un dipôle en théorie de circuits

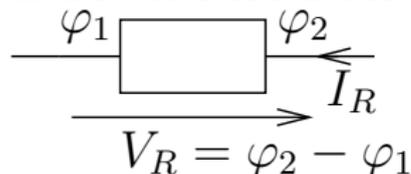
- On peut définir deux grandeurs "auxiliaires": la charge  $q$  et le flux magnétique  $\phi$ . Ces grandeurs sont liées avec le courant et la tension de dipôle:  $\dot{q} = i$ ,  $\dot{\phi} = v$ . item La charge du dipôle: la quantité de charge qui a traversé ses bornes depuis le temps moins infini.
- Si on considère le circuit à partir d'un temps  $t_0$ : la charge a une valeur dite "initiale".
- Le flux magnétique: la même chose (moins utilisée)
- Les trois éléments connus définissent des relations linéaires entre les 4 grandeurs. Le quatrième élément "manquant" est le *memristor*, introduit par Chua en 1971. Un memristor est défini par une relation linéaire avec la charge et le flux magnétique. Un élément à mémoire, en train d'être étudié par les chercheurs.

# La charge d'un dipôle

- Axiome de neutralité : un dipôle est électriquement neutre. Exemple intéressant : un condensateur muni d'une couche d'électret.
- Cependant, une charge peut être accumulée dans un terminal de dipôle. Dans ce cas, l'autre terminal accumule la même quantité de charge, avec un signe opposé.
- Seul un condensateur est capable d'accumuler la charge, mais toujours, un condensateur est globalement neutre.
- L'axiome de neutralité est une base importante pour l'analyse de circuits capacitifs.
- La charge d'un condensateur: la valeur de charge sur son électrode *vers laquelle* arrive le courant conventionnel.

## Les éléments idéaux de l'électronique: le résistor

– Résistor: le modèle de la loi d'Ohm, une relation linéaire entre la tension et le courant sur un dipôle.



$$V = RI \quad (10)$$

- R: la résistance, se mesure en Ohms ( $\Omega$ ).
- Un résistor est un dipôle.
- Une résistance négative: possible uniquement avec des dipôles actifs, car un tel dipôle *génère* de l'énergie électrique.

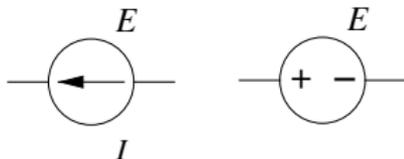
Une résistance: la puissance consommée ou dissipée vaut:

$$P = V^2/R = I^2 R.$$

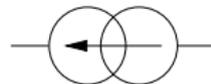
# Les éléments idéaux de l'électronique: sources d'énergie

– Sources idéales: un dipôle pour lequel le courant ou la tension sont fixés.

– Source de tension:  $E = \text{const} \forall I$



– Source de tension:  $I = \text{const} \forall E$



– On peut montrer que les sources idéales sont capables de générer des puissances infinies. Donc, physiquement non-réalisables.

– Les sources peuvent être commandées: on parle d'une source de (courant ou tension) commandée par (courant ou tension). Il s'agit d'un quadripôle, car il y a 4 terminaux: deux pour mesurer la grandeur de contrôle, 2 pour générer la grandeur contrôlée.

- Sources commandées, ou sources dépendantes: la tension/courant d'une source est commandée par une autre tension ou un autre courant dans le circuit.
- Il s'agit d'un dispositif à 4 terminaux: 2 pour mesurer la grandeur de contrôle, 2 pour générer la grandeur contrôlée.
- Dans le cas de circuits linéaires, la relation est linéaire:  $X = \gamma Y$ , où  $X$  est la grandeur générée par la source,  $Y$  est la grandeur de contrôle,  $\gamma$  est le paramètre dont l'appellation est donnée dans la table.

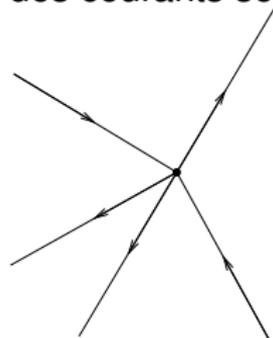
Grandeur générée	Grandeur de contrôle	Nom du paramètre de la source	unité
Courant	Courant	Gain en courant	1
Courant	Tension	Gain de transconductance	$\Omega^{-1}$
Tension	Tension	Gain en tension	1
Tension	Courant	Gain de transrésistance	$\Omega$

## Analyse de circuits: lois fondamentales

### *Loi des nœuds.*

Un nœud: un conducteur vers lequel arrivent plusieurs courants.

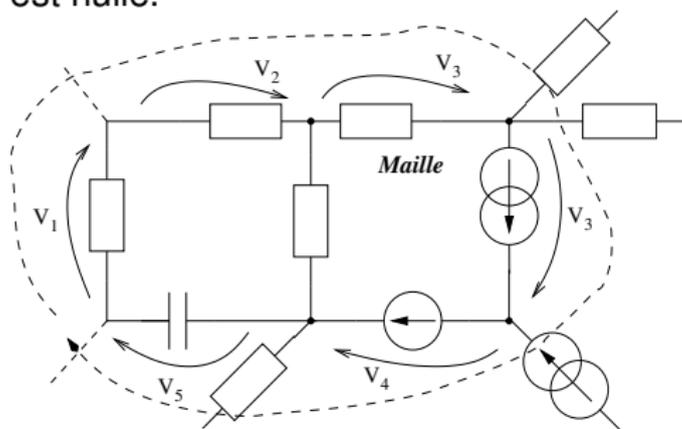
La somme des courants entrant dans un nœud est égale à la somme des courants sortant du nœud.



$$\sum_i I_i = 0. \quad (11)$$

# Analyse de circuits: principes fondamentaux

Loi des mailles :  
la somme des tensions mesurées le long d'un chemin fermé (maille)  
est nulle.



$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6 = 0. \quad (12)$$

# Analyse des circuits: lois fondamentales

- Objectif de l'analyse des circuits: trouver tous les courants et tensions inconnus du circuit, à partir des paramètres de composants.
- Les inconnus: les courants (ou, plus rarement, les tensions) de résistances, les courants des *sources de tension idéales*, les tensions des *sources de courants idéales*
  - Pour  $N$  inconnus il faut  $N$  équations. Elles sont obtenues avec la loi des nœuds, la loi des mailles et les équations des composants.

# Analyse des circuits: lois fondamentales

## *Sens positif conventionnel*

Il faut imaginer que chaque tension et courant du circuit est mesuré par un voltmètre ou ampèremètre. Ces instruments ont une polarité. Définir un sens conventionnel positif pour une tension (courant) équivaut à définir la manière de connecter le voltmètre (l'ampèremètre) pour mesurer cette grandeur.

Les sens conventionnels positifs sont choisis arbitrairement, mais pour un dipôle, les sens relatifs de tension et courant sont figés.

*Exception* : les sources de tension et de courant. Les sens de la tension ou de courant sont prédéfinis par la construction du schéma (par ex., avec quelle polarité on insère une pile). Les sens conventionnel de l'autre paramètre est arbitraire (courant pour la source de tension, tension de la source de courant).

# Analyse des circuits: lois fondamentales

Le nœud de référence: la masse, la terre, est choisi arbitrairement.  
En général, la borne négative de la source d'alimentation.

## Linéarité des circuits résistifs

- Les équations décrivant les circuits résistifs sont linéaires. On bénéficie des outils mathématiques existants pour les systèmes linéaires.
- Une équation de circuit peut être représenté par l'équation matricielle:

$$[A][Y] = [B], \quad (13)$$

où  $Y$  est la colonne des tensions et courants inconnus du circuits,  $B$  est la colonne contenant les paramètres des *sources indépendantes* de tension et de courant,  $A$  est une matrice dont les éléments dépendent des valeurs des résistances et des sources commandées.

- Conséquence: tous les tensions et les courants du circuits sont des projections sur l'espace défini par les sources de tension et de courant indépendantes.

# Principe de superposition

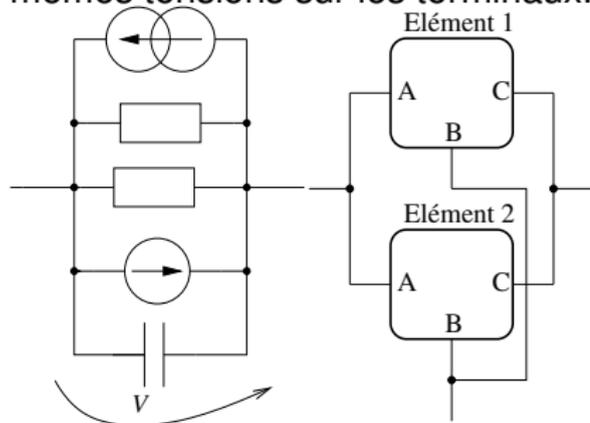
- Cela est à la base de la principe de superposition: chaque source d'énergie indépendante contribue aux courants et tensions du circuit *indépendamment* des autres sources. Pour un courant/une tension de circuit  $x$ , sa valeur est définie comme :

$$x = \sum_i \alpha_i V_i + \sum_j \beta_j I_j, \quad (14)$$

où  $\alpha$  and  $\beta$  dependent seulement des valeurs de résistances et de sources commandées des circuits,  $V_i$  and  $I_j$  sont les valeurs des sources indépendantes.

# Les relations entre les courants, les tensions et la topologie du circuit

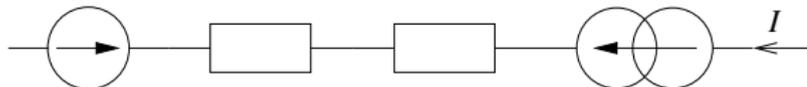
- Connexion parallèle: les circuits identiques ou similaires ont les mêmes tensions sur les terminaux.



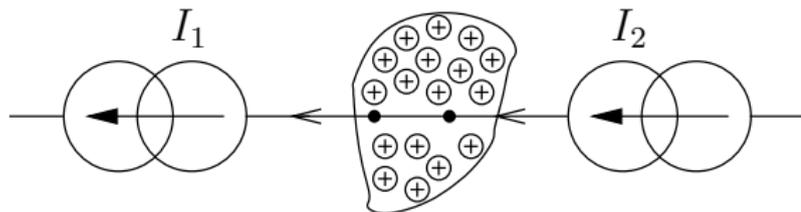
- Interdiction de connecter des sources de tension en parallèle.

# Les relations entre les courants, les tensions et la topologie du circuit

- Connexion série: lorsque plusieurs dipôles sont traversés par le même courant.

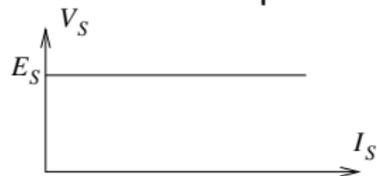


- Interdiction de connecter plusieurs sources de courants en série

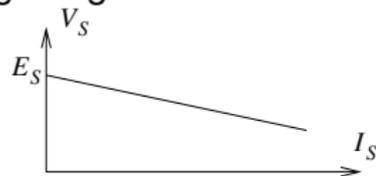


## Source de tension réelle

Une source de tension réelle affiche une baisse de tension lorsque le courant débité par la charge augmente:



a)

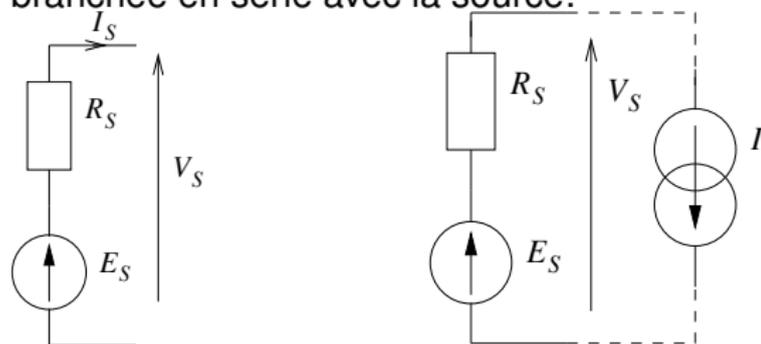


b)

a) une source de tension idéale, b) une source de tension réelle

## Source de tension réelle

On peut voir qu'un tel comportement s'obtient si une résistance est branchée en série avec la source:

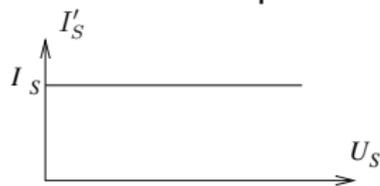


Sur ce dessin, la source de courant modélise la charge qui "tire" un certain courant. Une source de tension idéale imposerait sa tension constante quel que soit le courant. Or ici, nous avons:

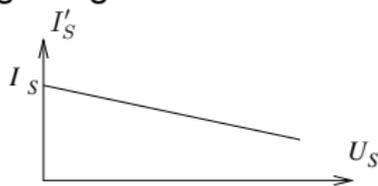
$$V_S(I) = E_S - IR_S. \quad (15)$$

## Source de courant réelle

Une source de courant réelle affiche une baisse de courant lorsque le courant débité par la charge augmente:



a)

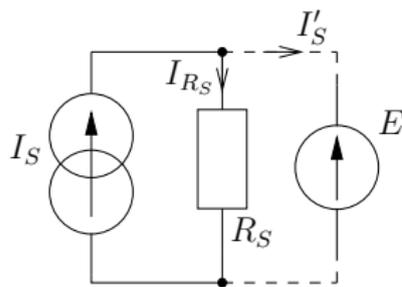
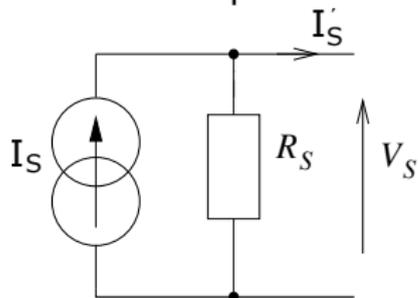


b)

a) une source de courant idéale, b) une source de courant réelle

## Source de tension réelle

On peut voir qu'un tel comportement s'obtient si une résistance est branchée en parallèle avec la source:



Sur ce dessin, la source de tension modélise la charge qui impose une certaine tension. Une source de courant idéale imposerait son courant constant quelle que soit la tension. Or ici, nous avons:

$$I'_S(E) = I_S - E/R_S. \quad (16)$$

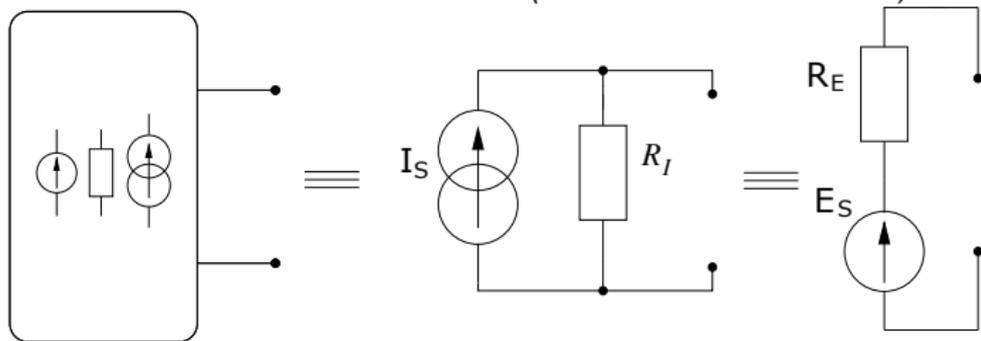
# Equivalence des circuits

En électronique, la notion de l'équivalence est très importante. Voici comment on peut la définir.

- Soit deux circuits que l'on a posé dans deux boîtes noires, et on a sorti des des fils connectés à certains nœuds. Le nombre de fils sorties vers l'extérieur est identique des deux boîtes.
- On peut faire toutes les expériences que l'on veut avec ces 2 boîtes, en y accédant par les fils: mesurer des tensions, courant, appliquer des stimulis...
- Deux circuits sont équivalents si on n'arrivera pas, par ces expériences, de différencier les deux circuits posés dans les deux boîtes.

## Sources équivalentes

Le théorème suivant est très important en électronique.  
*N'importe quel dipôle obtenu par association des sources de courants/tension commandés ou indépendant et des résistances est équivalent à une source de tension réelle (théorème de Thévenin) et à une source de courant réelle (théorème de Northon).*



# Démonstration du théorème de Thévenin

- On veut démontrer qu'un dipôle composé quelconque est équivalent à une source de tension réelle.
- On tire un courant  $I$  comme dans le transparent 32, et on essaye de calculer la tension  $V_S$  que le dipôle génère sur la source de courant.
- D'après le principe de superposition, tous les tensions et les courants du circuits sont des projections sur l'espace défini par les sources indépendantes. Ces sources sont celles qui sont présentes à l'intérieur du dipôle, plus la source  $I$ . Nous avons alors pour la tension  $V$ :

$$V_S = \sum_{i,j} (\alpha_i E_i + \beta_j I_j) + \gamma I.$$

Ici  $E_i$ ,  $I_j$  sont les sources indépendantes présentes dans le dipôle (que l'on ne connaît pas forcément), les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  et  $\gamma$  dépendent de la topologie du dipôle, des valeurs des résistances et des paramètres des sources commandées.

## Démonstration du théorème de Thévenin (suite)

On analyse l'équation obtenue: on pose

$$\sum_{i,j} (\alpha_i \mathbf{E}_i + \beta_j I_j) = \mathbf{E}_{th}, \quad -\gamma = R_{th}. \quad (17)$$

On obtient exactement l'équation 15.

C.q.f.d.

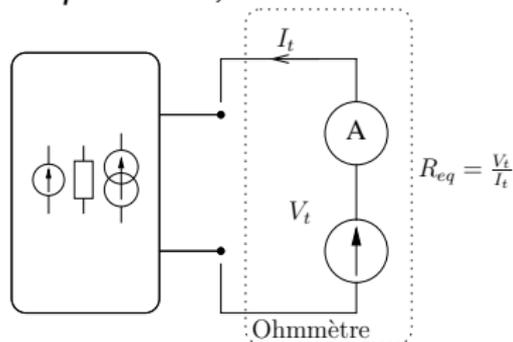
Le théorème de Northon qui stipule l'existence d'une source de courant équivalente: se démontre de la même manière.

## Paramètre clé d'un dipôle : résistance interne

C'est la résistance de la source équivalente de Thevenin ou Northon.  
Comment on la calcule?

- On éteint toutes les sources *indépendantes* présentes dans le dipôle.
- On calcule ou on mesure la résistance du dipôle obtenu.
- Pour calculer/mesurer la résistance: un ohmmètre.

*Qu'est-ce qu'un ohmmètre ? Une source de tension associée à un ampèremètre, ou une source de courant associée à un voltmètre*



## Paramètre clé d'un dipôle : résistance interne

Pour connaître la résistance interne: on applique une tension de test ( $V_t$ ), et on mesure le courant dans cette source.

Attention à la convention: les flèches de la source de tension et du courant vont dans le même sens. Si le rapport  $V_t$  et  $I_t$  est positif, la résistance équivalente est positive.

