

TD 4. Circuits réactifs II: régime sinusoïdaux et filtrage fréquentiel

Par Dimitri GALAYKO
Unité d'enseignement Élec-info
pour master ACSI à l'UPMC

Octobre-décembre 2005

1 Étude d'un filtre du seconde ordre

Nous revenons au circuit RLC série vu en cours 5 et 6, en TP2 et en TD3 (figure 1).

Nous verrons quelque configurations de ce circuit en régime de filtre fréquentielle.

Soit le circuit de la figure 1 utilisé comme quadripôle recevant et générant une tension. La tension d'entrée est appliquée entre les bornes 1 et 1' (à la place de la source $e(t)$), la tension de sortie est prélevée sur un des trois éléments : sur le condensateur, sur la bobine ou sur la résistance.

Dans les développements ci-dessous on s'attachera à donner les expressions symboliques des grandeurs recherchées, dans lesquelles on soumettra les valeurs numériques données sur le schéma.

Dans les trois cas on s'intéressera aux questions suivantes :

- 1) L'expression de la fonction de transfert pour les amplitudes complexes.
- 2) Une conclusion (justifiée) quant au type du filtre (passe-haut, passe-bas, passe-bande ou coupe-bande).
- 3) L'établissement du diagramme de Bode de la fonction de transfert ;
- 4) Estimation de la valeur de la fonction de transfert pour les quatre fréquences caractéristiques : fréquence nulle, infinie, la fréquence de résonance et la fréquence du transfert maximal.

On rappelle que la fréquence de résonance d'un circuit est la fréquence à laquelle son impédance devient réelle. La fréquence de résonance d'un circuit RLC série est donnée par l'expression

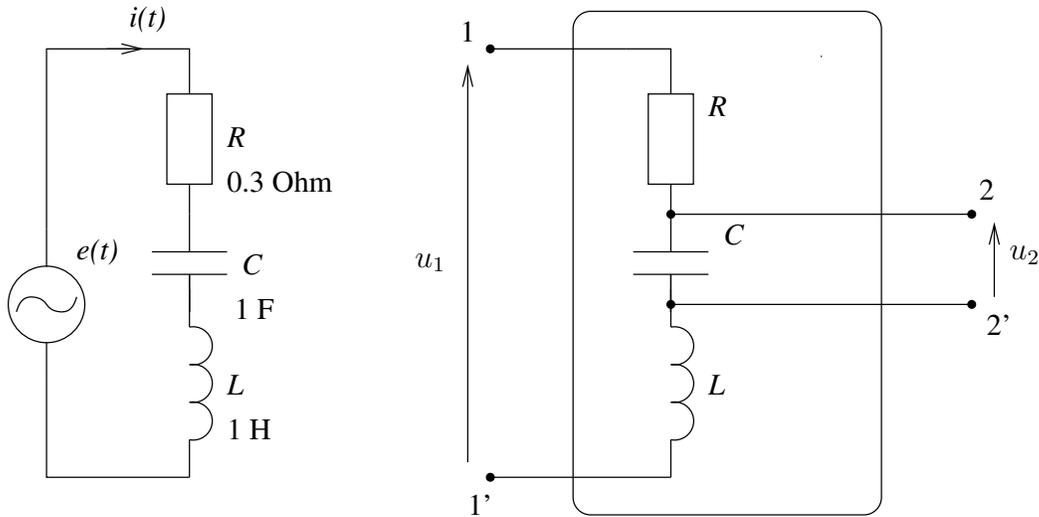


FIG. 1 – Circuit RLC série et lui-même monté en dipôle recevant une tension et générant une tension. La tension de sortie est, à titre d'exemple, prélevée sur le condensateur. Sont également à étudier les cas où la tension de sortie est prélevée sur l'inductance et sur la résistance.

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (1)$$

Or, la fréquence de la transmission maximale ne coïncide pas forcément avec la fréquence de résonance !

Ainsi, pour trouver la transmission maximale, il faudra déterminer la fréquence correspondante. Pour cela, on cherche le zéro de la dérivée du module de la fonction de transfert¹.

On trace une allure de la fonction de transfert à la main (on se sert du diagramme de Bode et des valeurs calculées pour les fréquences caractéristiques). Est-ce que la fonction de transfert correspond au type du filtre ?

5) On étudiera l'influence des paramètres du circuit sur la forme de la fonction de transfert et on commentera la relation entre celle-là et la réponse du circuit à un échelon.

Pour cela on utilisera un script matlab téléchargeable sur le site du Master dans la rubrique TD d'Élec-Info. Le script trace la réponse fréquentielle pour la tension sur le condensateur, avec les valeurs des éléments données sur la

¹On se souvient que des nombres complexes ne se comparent pas : on ne peut donc pas parler du maximum d'une fonction complexe. En revanche, on peut comparer les modules qui sont exprimés par les nombres réels.

figure 1. Étudiez ce script : les formules qu'il emploie sont tirées des cours, il gère les deux types des pôles (réels et complexes). Le circuit est commenté ; vous serez amené à le modifier.

5a) On jouera sur la valeur de la résistance R pour obtenir une fonction de transfert de type Butterworth, *i.e.* à bande plate. Cela veut dire, que l'on *diminuera* la valeur de la résistance R jusqu'à la valeur où le maximum disparaît. En diminuant davantage la résistance, on obtient également une bande plate mais de largeur plus petite. C'est donc avec cette valeur limite de la résistance que le filtre est un filtre de Butterworth.

5b) On calculera la valeur théorique de la résistance critique. Suggestion : on utilisera l'expression pour la fréquence du maximum de la caractéristique calculée ci-dessus. *On trouvera la valeur de la résistance à partir de laquelle la valeur réelle et positive (i.e. ayant un sens physique) de la fréquence du maximum n'existe plus.*

5c) On soumettra cette valeur dans le script et on observera la caractéristique. On relancera le script avec des valeurs voisine de cette résistance (par exemple, plus ou moins 0.1 Ohms), et en observant les caractéristiques obtenues, on essayera d'expliquer le terme anglais *maximally-flat band* que l'on associe généralement avec un filtre de Butterworth.

On commence par étudier le cas où la tension de sortie est prélevée sur le condensateur (car le script est préconfiguré pour ce cas). Pour étudier les autres configurations, il faudra modifier le fichier – notamment les fonctions qui décrivent la caractéristique.

Il est nécessaire de terminer cette étude, même si son intégralité ne pourra être faite lors du créneau horaire du TD.