Cours 3. Énergies, interfaces et quadripôles

Par Dimitri GALAYKO
Unité d'enseignement Élec-info
pour master ACSI à l'UPMC

Octobre-décembre 2005

1 L'énergie dans les circuits électriques

Nous avons déjà vu que la description du champ électrique repose sur sa caractéristique énergétique, le potentiel. Dans ce cours nous verrons comment les considérations sur l'énergie peuvent aider à décrire et à concevoir les circuits électriques.

En électronique on préfère parler de la *puissance* qui est l'énergie ramenée sur l'unité de temps :

$$P = \frac{dE}{dt}, \tag{1}$$

où P est la puissance, E est l'énergie mesurée depuis l'instant initial.

Pourquoi la puissance ? Dans les circuits de courant continu, par exemple, l'énergie est un paramètre qui évolue en permanence ; plus précisément, l'énergie croît d'une manière linéaire avec le temps. Ainsi, lorsque l'on parle de l'énergie, il faut toujours préciser le laps du temps pendant lequel elle est mesurée. En revanche, dans un circuit de courant continu, la puissance est un paramètre constant.

La puissance est mesurée en Watts :

$$[P] = \frac{[E]}{[t]} = \frac{Joule}{Seconde} = Watt = W. \tag{2}$$

Soit deux points d'un champ électrique A et B à potentiels φ_A et φ_B, $\varphi_A > \varphi_B$. Soit une charge q libre et immobile (*i.e.* à énergie cinétique nulle)

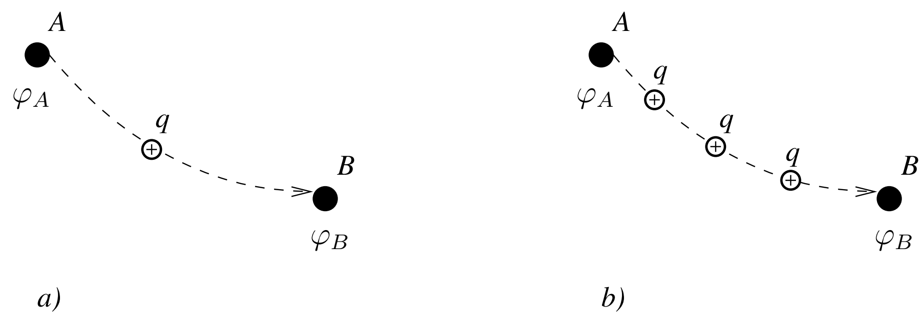

FIG. 1 – Énergie produite par un courant électrique : a) déplacement d'une charge, déplacement d'un flux de charges.

située dans A. Livrée aux seules forces du champ, elle prend de la vitesse et se déplace, en arrivant au point B (figure 1a).

Au point B la charge possède une énergie cinétique E égale à l'énergie potentielle qu'elle a perdue depuis le point A :

$$E = q(\varphi_A - \varphi_B). \tag{3}$$

Cette formule exprime le travail que le champ a effectué sur la charge. Ce travail est égal à l'énergie transmise par le champ à la charge.

Supposons maintenant qu'il existe un flux de charges constant (courant électrique) entre le point A et le point B. Soit ce courant a pour intensité I, *i.e.* la quantité de charge déplacée en unité de temps est égale à I (figure 1b).

Calculons l'énergie ΔE rendue par le champ dans un intervalle de temps Δt.

La charge déplacée au total est égale à $I\Delta t$; pour connaître l'énergie appliquons la formule (3) :

$$\Delta E = I\Delta t(\varphi_A - \varphi_B). \tag{4}$$

Si l'on s'intéresse à la puissance, nous obtenons pour un courant continu :

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = I(\varphi_A - \varphi_B) = IU_{AB}. \tag{5}$$

Ainsi,

> *la puissance générée par un* courant *électrique entre deux points est égale au produit entre l'intensité du courant et la tension entre ces deux points. Cette puissance est positive si le courant circule du potentiel plus haut vers le potentiel plus bas.*

Faisons deux remarques. Premièrement, la puissance ainsi calculée peut être négative. Typiquement, elle l'est dans une source de tension ou de courant, où les charges sont transportées *par des forces non-électriques extérieures* du potentiel plus petit vers le potentiel plus grand, *i.e.* contre les forces du champ. Cette action augmente l'énergie du champ électrique. Comme l'équation (5) définit la puissance *rendue* par le champ électrique, elle retourne une valeur négative quand on parle de l'énergie *donnée* au champ.

Deuxièmement, on peut poser la question suivante : que devient l'énergie cinétique lorsque la charge arrive au point B ? Nous apportons une réponse à cette question dans le sous-paragraphe suivant.

1.1 Énergie et résistances

Calculons la puissance générée dans un résistor de résistance R parcouru par un courant d'intensité I. Sa tension est égale à RI. Le courant coule dans le sens de du potentiel décroissant, *i.e.* le champ *délivre* une énergie. La puissance est alors égale à

$$P = UI = RI^2. \tag{6}$$

Cette puissance peut aussi être exprimée via la tension :

$$P = \frac{U^2}{R}. \tag{7}$$

(Noter que l'énergie dépend uniquement du module du courant et de la tension, ce qui montre une fois de plus le caractère relatif du signe de ces grandeurs.)

Les formules (6) et (7) expriment l'énergie que le champ transmet aux électrons du conducteur. Comment cette énergie se manifeste-t-elle au niveau macroscopique ?

Nous savons que le champ accélère les charges libres. Or en réalité, le déplacement orienté des charges est empêché par les ions du réseau cristallin. Les heurts avec les ions du réseau dispersent les impulsions mécaniques des électrons et donc font baisser leurs composantes de vitesse orientées suivant les lignes du champ. Ainsi, l'énergie du champ est convertie en énergie thermique du conducteur, *i.e.* en chaleur. Rappelons que l'énergie thermique est liée au mouvement chaotique des ions du réseau et à la composante stochastique du mouvement des électrons.

Un courant traversant un résistor à résistance R produit une énergie thermique avec puissance

$$P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}. \tag{8}$$

Cet énergie est produite à partir de l'énergie électrique du circuit. On parle ainsi de la consommation de l'énergie électrique : soumis à une tension U, un résistor *consomme* U^2/R Watts.

1.2 Énergie et sources de tension

Si un résistor *consomme* de l'énergie électrique en la transformant en une chaleur, les sources de tension et de courant transforment des énergies d'autres formes (mécanique, chimique, solaire...) en une énergie électrique.

Considérons un circuit résistif élémentaire (figure 2).

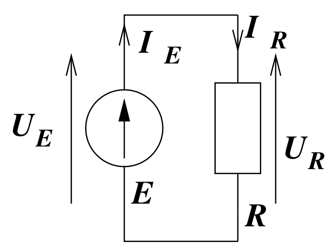

FIG. 2 – Circuit résistif élémentaire avec une source de tension.

En appliquant la formule (5) à la source de tension, on trouve que la puissance d'une source de tension est négative, car la source fait circuler le courant d'un nœud à potentiel bas vers un nœud à potentiel haut. Ce signe négatif indique qu'une source de tension *effectue un travail contre les forces de champ en séparant les charges* (*cf.* le cours 1). Donc, une source produit de l'énergie électrique avec puissance

$$P_E = -EI = -\frac{E^2}{R}. \tag{9}$$

Au sein du même circuit, la puissance de consommation du résistor vaut :

$$P_R = EI = \frac{E^2}{R} \tag{10}$$

Ainsi, le bilan de l'énergie électrique dans le circuit est nul.

Dans un circuit en équilibre, l'énergie électrique produite par les sources est égale à l'énergie électrique consommée.

L'élément recevant l'énergie d'une source est appelé « charge »électrique. Le plus souvent la charge est résistive, *i.e.* équivalente à un résistor. Par analogie, on utilise ce mot pour désigner tout dispositif raccordé à une source d'énergie (de tension ou de courant), même s'il ne consomme pas d'énergie. Par exemple, on dit « source chargée par une capacité »ou même, « source de tension chargée par un circuit ouvert ».

Notez, qu'une source de tension ne produit une énergie que lorsqu'elle est chargée par un résistor. Moins grande est la résistance de ce dernier, plus grand est le courant et donc plus grande est l'énergie fournie par la source. On comprend pourquoi le court-circuit est un régime critique, accidentel : dans ce cas, une énergie infinie est sollicitée. En revanche, un fonctionnement sans charge correspond au fonctionnement en circuit ouvert : aucune énergie n'est produite.

2 Énergie et sources de courant

Tout ce qui a été dit sur la source de tension peut être répété sur la source de courant, en inversant, cependant, certaines notions.

Une source de courant d'intensité I chargée d'un résistor de résistance R (figure 3) produit une puissance qui vaut :

$$P_I = -UI = -I^2R. \tag{11}$$

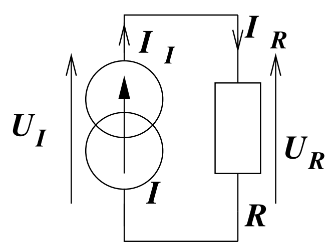

FIG. 3 – Circuit résistif élémentaire avec une source de courant.

La puissance produite par la source est égale à celle consommée par le résistor. Plus sa résistance est grande, plus la source est sollicitée en énergie. Chargée par un circuit ouvert, une source de courant devrait produire une énergie infinie. En revanche, un court-circuit ne sollicite aucune énergie, on parle alors d'un fonctionnement sans charge.

3 Sources d'énergie réelles

Les sources d'énergie idéales que nous avons étudiées jusqu'à présent sont capables de fournir des puissances électriques illimitées. En réalité, de telles sources n'existent pas : le courant fourni par une source de tension et la tension générée par une source de courant sont bornés. Mais même en régime de faibles puissances, une source d'énergie réelle se comporte d'une manière très différente de son prototype idéalisé. Dans ce paragraphe nous allons étudier le modèle et le comportement des sources d'énergie réelles. Nous allons donner des détails sur la source de tension, sachant que les raisonnements pour une source de courant sont très similaires.

3.1 Source de tension réelle

Une source de tension idéale est définie comme un dipôle fixant une tension entre ses bornes, quelque soit l'intensité du courant qui la traverse.

Nous allons caractériser une source de tension par la caractéristique « tension-courant », *i.e.*, tension de sortie en fonction du courant sollicité par la charge. Ainsi, pour une source idéale cette caractéristique représente une droite parallèle à l'axe des courant ($U_S = const$) (figure 4a).

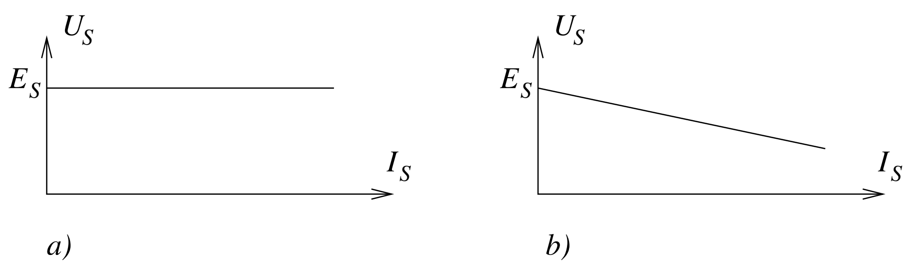

FIG. 4 – Caractéristique courant-tension d'une source de tension idéale (a) et réelle (b). Cette caractéristique est appelée également droite de charge.

Cependant, pour la plupart des sources réelles la caractéristique observée est également une droite mais avec une pente négative (figure 4b).

On observe donc qu'une source de tension réelle fournit une tension dépendant du courant, donc de la charge : plus la charge est importante, plus la tension est faible. Une source de tension réelle ne fournit sa tension nominale (E_S) qu'à courant nul, *i.e.* sans charge.

Le comportement d'une source de tension réelle peut être expliqué si l'on suppose qu'une telle source possède une *résistance interne* connectée en série avec une source idéale (figure 5).

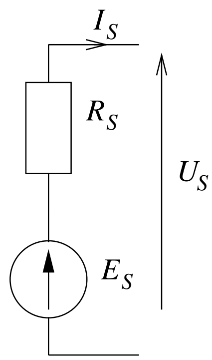

FIG. 5 – Modèle d'une source de tension réelle.

En effet, en imposant un courant I à ces bornes, nous obtenons pour sa tension (figure 6) :

$$U_S = E_S - IR_S. \tag{12}$$

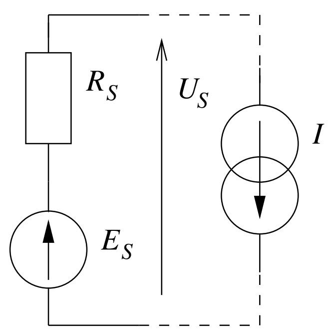

FIG. 6 – Source de tension réelle avec courant de charge imposé par une source de courant idéale.

Nous avons orienté le courant de charge de sorte à ce que la source de tension E_S produise de l'énergie électrique, *i.e.* de sorte à ce qu'il coule de la borne à potentiel haut vers la borne à potentiel bas.

Notez que nous n'utilisons plus la lettre E pour nommer la tension aux bornes de la source, car cette tension n'est pas générée par une source de tension idéale.

Cette équation décrit précisément la courbe de la figure 4b). Le modèle est donc correct.

3.2 Source de courant réelle

La définition d'une source de courant réelle est très similaire à celle de la source de tension. On caractérise une source de courant par la fonction « intensité du courant généré en fonction de la tension ». Pour une source idéale cette caractéristique est une droite parallèle à l'axe des courants (figure 7a), car par définition, son courant ne dépend pas de la tension. Néanmoins, une source réelle génère un courant d'autant plus faible que la tension sur la source est élevée. La caractéristique est alors une droite à pente négative (figure 7). Une source de courant réelle ne génère son intensité nominale qu'à tension nulle, *i.e.* court-circuitée, sans charge.

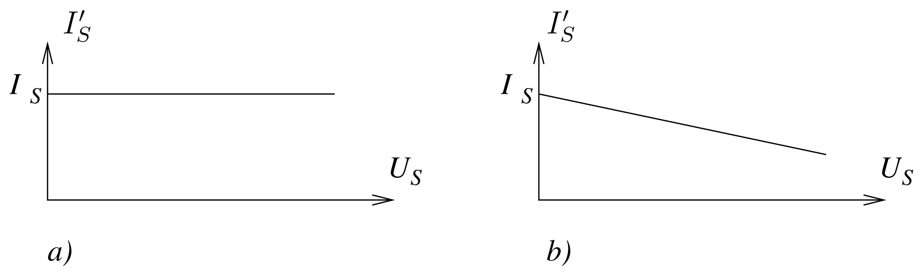

FIG. 7 – Caractéristique tension-courant d'une source de courant idéale (a) et réelle (b). Cette caractéristique est appelée également droite de charge.

Une telle source de courant est modélisée par un circuit comprenant une source de courant idéale et un résistor raccordé en parallèle (figure 8). La résistance de ce résistor s'appelle *résistance interne* de la source de courant.

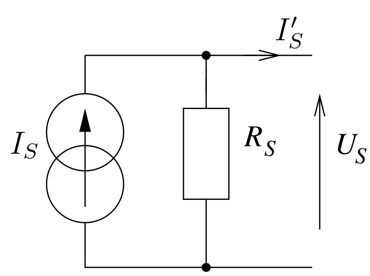

FIG. 8 – Modèle d'une source de courant réelle.

Calculons le rapport entre le courant générée par une source de courant et la tension appliquée à la source. En analysant le circuit de la figure 9, nous obtenons :

$$I_E = I'_S = I_S - I_{R_S} = I_S - \frac{E}{R_S}. \tag{13}$$

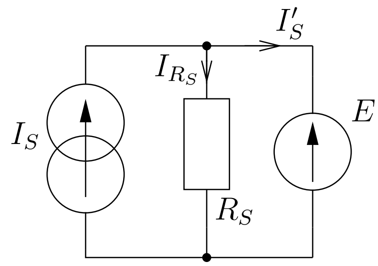

FIG. 9 – Source de courant réelle. La tension est imposée par une source de tension idéale extérieure.

Cette équation décrit la droite présentée figure 7a.

4 Sources équivalentes

Dans ce paragraphe nous présentons (sans démonstration) deux théorèmes affirmant que tout circuit électrique linéaire accessible par deux de ses nœuds (*i.e.* étant un dipôle), est équivalent à une source de tension ou de courant réelle.

4.1 Théorème de Thévenin

Tout circuit linéaire accessible par deux de ses nœuds est vu par les circuits extérieurs comme une source de tension réelle, dont la tension nominale et la résistance interne sont fonctions de la configuration du circuit dipôle.

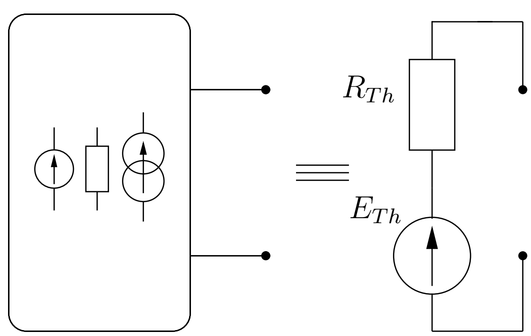

FIG. 10 – Illustration du théorème de Thévenin.

Ce théorème, connu sous le nom *théorème de Thévenin*, est illustrée figure 10.

La possibilité de représenter n'importe quel circuit par une source et une résistance simplifie un très grand nombre d'analyses en électronique. Après le théorème sur la résistance équivalente, nous rencontrons de nouveau une approche d'« encapsulation », où un circuit complexe est représenté par un modèle simplifié au comportement équivalent.

4.2 Théorème de Norton

Tout circuit linéaire accessible par deux de ses nœuds est vu par les circuits extérieurs comme une source de courant réelle, dont l'intensité du courant nominal et la résistance interne sont fonctions de la configuration du circuit dipôle.

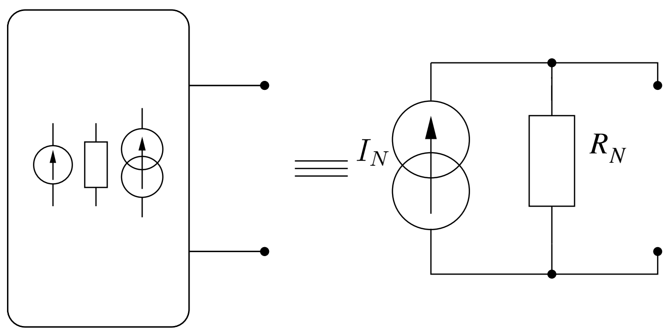

FIG. 11 – Illustration du théorème de Norton.

Ce théorème est connu sous le nom *théorème de Norton* (figure 11).

4.3 Source de tension ou source de courant ?

Nous avons vu que chaque circuit dipôle peut être représenté par une source d'énergie réelle. Donc nous pouvons appliquer le théorème de Thévenin à une source de courant et le théorème de Norton à une source de tension. Ainsi, nous allons trouver qu'une source de courant réelle peut être modélisée par une source de tension et vice versa.

Soit une source de courant réelle, avec courant nominale I_S et résistance interne R_I (figure 12). Calculons les paramètre de la source de tension équivalente. Nous profitons de cet exemple pour montrer comment on trouve la source équivalente pour un circuit quelconque.

Si les sources sont équivalentes, les circuits extérieurs ne doivent pas percevoir de différence. En connectant le même circuit à l'une et à l'autre source,

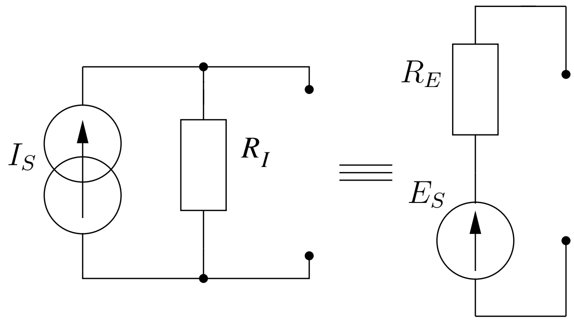

FIG. 12 – Source de tension équivalente à une source de courant donnée.

on doit obtenir les mêmes réactions, *i.e.* les mêmes tensions et les courants dans le circuit.

Nous proposons la méthode suivante pour déterminer les paramètres des sources équivalentes pour un circuit donné.

> *Pour cela il suffit de mesurer le courant de court-circuit et la tension de circuit ouvert entre les deux bornes du circuit (figure 13).*

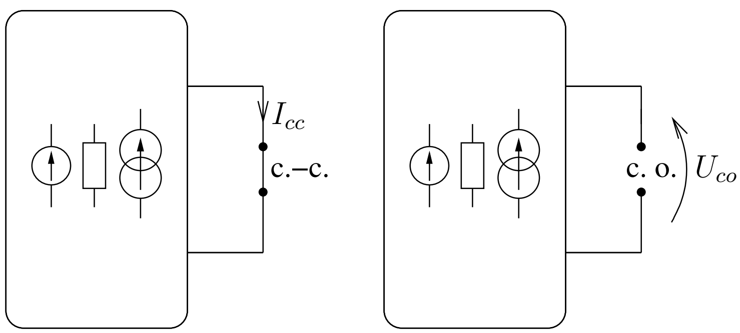

FIG. 13 – Mesures à effectuer afin de trouver les paramètres des sources équivalentes pour un circuit dipôle quelconque.

Par exemple, pour notre source de courant, le courant de court-circuit est égal au courant nominal de la source, la tension de circuit ouvert est le produit entre le courant nominal et la résistance interne :

$$I_{cc}^I = I_S \tag{14}$$
$$U_{co}^I = I_S R_I. \tag{15}$$

Maintenant il faut refaire les mêmes mesures avec le circuit équivalent dont on recherche les paramètres, dans notre cas, avec une source de tension de la figure 12. Son courant de court-circuit est le rapport entre la tension nominale de la source et sa résistance interne E_S/R_E, sa tension en circuit ouvert vaut sa tension nominale E_s :

$$I^E_{cc} = \frac{E_S}{R_E} \tag{16}$$
$$U^E_{co} = E_S. \tag{17}$$

Ainsi, si les circuits sont équivalents, les courants et les tensions mesurées doivent être égaux :

$$I^E_{cc} = I^I_{cc}, \tag{18}$$
$$U^E_{co} = U^I_{co}. \tag{19}$$

On obtient pour les paramètres recherchés de la source de tension équivalente :

$$E_S = I_S R_I, \tag{20}$$
$$R_E = R_I. \tag{21}$$

Ainsi,

> *une source de tension et une source de courant équivalentes ont les mêmes résistances internes et leurs valeurs nominales sont données par $E_S = I_S R_S$.*

5 Charge adaptée

En interfaçant deux blocs analogiques, par exemple, deux amplificateurs, on représente celui qui génère un signal comme une source de tension ou de courant réelle (on l'appelle « générateur »), et celui qui reçoit le signal, comme une charge, le plus souvent une résistance (on l'appelle « récepteur »).

Dans le cas où le générateur est une source réelle (ceci est toujours le cas en pratique), il existe une interface optimale dite *adaptée* garantissant la meilleure transmission du signal vers la charge.

En électronique le signal est codé soit par une tension, soit par un courant, soit par une puissance du signal électrique. Ainsi, il existe trois types d'interfaces entre les blocs : en puissance, en tension et en courant.

5.1 Transmission de puissance

> *Un générateur de puissance électrique est un dipôle qui produit de l'énergie électrique,* i.e. *dont le courant circule du potentiel plus bas vers le potentiel plus haut*

De cette définition il résulte qu'une source de tension et une source de courant peuvent tous les deux être des générateurs de puissance.

> *Un récepteur de puissance est un dipôle qui consomme de l'énergie électrique,* i.e. *dont le courant circule du potentiel plus haut vers le potentiel plus bas.*

Un exemple élémentaire d'une association « générateur-récepteur »est présenté figure 2. Ici, la source de tension est un générateur, le résistor est un récepteur.

Noter, qu'une source de tension n'est pas nécessairement un générateur : il suffit de lui imposer un courant dans un certain sens pour qu'elle joue un rôle de récepteur. Considérez le circuit de la figure 14.

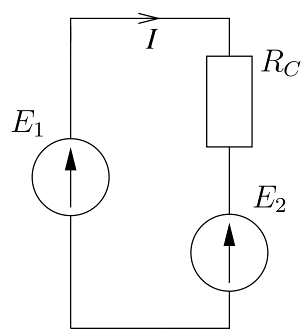

FIG. 14 – Exemple de circuit où une source de tension consomme de l'énergie électrique.

Soit $0 < E_2 < E_1$. En faisant le calcul du courant, on trouve que le courant désigné I est positif d'intensité :

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_C}. \qquad (22)$$

Ainsi, la source E_2 fonctionne en régime de récepteur : non seulement elle ne génère pas d'énergie électrique, mais elle en consomme avec la puissance $E_2 I$.

5.1.1 Adaptation de charge pour transmission de puissance

Dans ce sous-paragraphe nous allons définir les conditions optimales pour la transmission de puissance.

Soit une source de tension réelle avec tension nominale E et résistance interne R_S chargée avec un résistor R_C (figure 15). Exprimons la puissance P_C générée sur la charge sachant que les résistors R_C et R_S forment un diviseur de tension :

$$P_C = \frac{U_C^2}{R_C} = \frac{\left(E_S \frac{R_C}{R_C+R_S}\right)^2}{R_C} = E_S^2 \frac{R_C}{(R_C+R_S)^2}. \qquad (23)$$

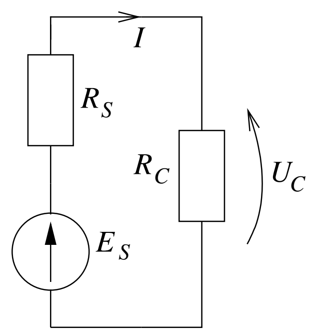

FIG. 15 – Interface en puissance avec une source de tension.

On voit que la puissance est une relation complexe, non-linéaire avec la résistance de la charge. Notez, que la puissance est nulle dans deux cas extrêmes : à court-circuit (*i.e.* à résistance de charge nulle, à courant maximal) et à circuit ouvert (*i.e.* à résistance de charge infinie, à tension maximale). En effet, dans ces deux configurations un des facteurs de la puissance est nul, soit la tension, soit le courant.

Par conséquent on peut supposer qu'il existe une résistance de charge pour laquelle la puissance est maximale. Ceci est confirmé par la figure 16 qui présente le graphique de la fonction (23) pour $R_S = 1\Omega$, $E_S = 1V$.

Recherchons la valeur optimale de la résistance de charge, *i.e.* trouvons le maximum de la fonction (23).

$$\frac{dP_C}{dR_C} = \frac{(R_C+R_S)^2 - 2(R_C+R_S)R_C}{(R_C+R_S)^2} = 0, R_{Copt} + R_S - 2R_{Copt} = 0, \qquad (24)$$

où R_{Copt} est la résistance de charge optimale. On obtient :

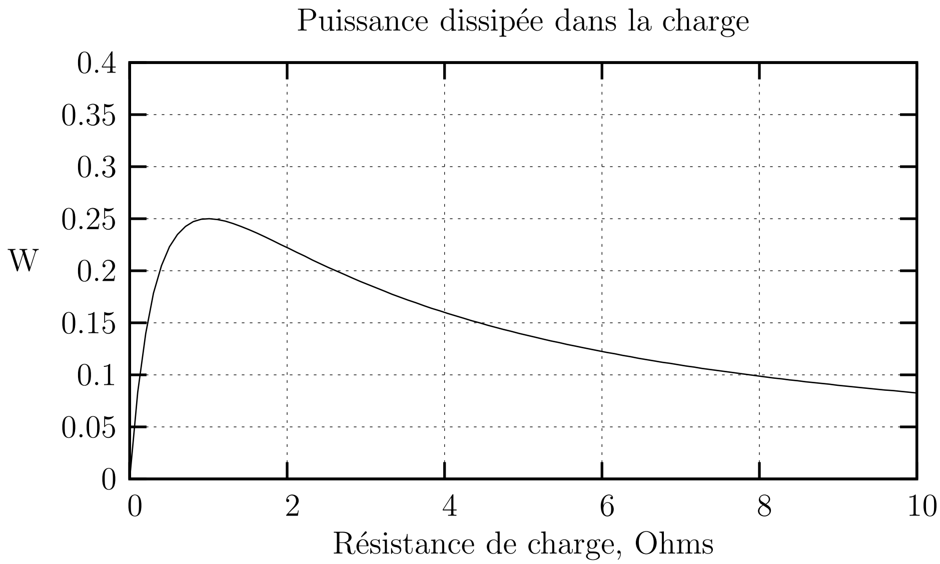

FIG. 16 – Puissance dissipée dans la charge en fonction de la résistance de charge. La tension nominale de la source est de 1 V, la résistance interne de la source de tension est de 1 Ohm.

$$R_{Copt} = R_S. \tag{25}$$

Ainsi,

> *la transmission de puissance est maximale lorsque la résistance de charge est égale à la résistance interne de la source.*

Notez que dans le schéma de la figure 15 le courant passe *et* par la charge, *et* par la résistance interne. Cette dernière, possédant, évidemment, toutes les propriétés d'une résistance, dissipe (consomme) autant d'énergie que la charge (car les résistances sont égales). La somme de ces deux puissances étant égale à la puissance générée par la source E_S, on conclut que le rendement du système en régime de puissance maximale est de 50 pour cent.

5.2 Transmission d'une tension

Lorsque le signal est codé par une tension, en interfaçant deux blocs, il est primordial de pouvoir transmettre à la charge la tension E_S générée par la source, avec les pertes minimales et avec le plus de précision possible. Cela implique deux aspects :

1. La tension sur la charge est la plus proche possible de E_S,
2. Une variation de la résistance de charge dans des limites raisonnables n'affecte pas ou peu la tension sur la charge.

Si la première affirmation est assez claire, la deuxième doit être commentée. Dans un système réel la résistance de charge est susceptible de varier pour plusieurs raisons, par exemple, si un des modules peut fonctionner dans différents régimes. Généralement sa variation ne dépasse pas une demi-décade, *i.e* l'ordre de grandeur de la résistance de charge ne change pas ($50\% R_{C0} < R_C < 150\% R_{C0}$, R_{C0} étant la valeur nominale de cette résistance). Ainsi, lorsque l'on fabrique un générateur de tension (une source de tension), on souhaite que celui-ci fixe une tension constante pour toute la plage de variation de la résistance de charge.

La figure 15 présente une configuration typique d'une interface en tension. La source E_S génère la tension que l'on souhaite transmettre à la charge. Cependant, la présence de la résistance interne engendre des pertes de tension : les résistances R_C et R_S formant un diviseur de tension, seulement une partie de la tension E_S se retrouve appliquée à la résistance de charge :

$$U_{R_C} = E_S \frac{R_C}{R_S + R_C}. \tag{26}$$

La figure 17 présente le graphique de cette fonction. Elle est monotone, croissante et tend vers E_S d'une manière asymptotique. Ainsi, la valeur optimale de la résistance de charge est infinie : on récupère sur la charge toute la tension E_S qui, pour $R_C = \infty$ ne dépend pas la valeur exacte de la charge. En revanche, pour petits R_C, non seulement le signal est affaibli, mais en plus la tension sur la charge dépend fortement de R_C.

Ainsi, en pratique la résistance de charge doit être *beaucoup plus grande* que la résistance de la source :

$$R_C \gg R_S. \tag{27}$$

On sait qu'une source de tension idéale est celle qui a la résistance interne nulle. En effet, quelle que soit la résistance de la charge, elle reçoit toujours la tension totale de la source (*cf.* équation (26). De la même manière on parle d'une *charge idéale* pour une source de tension : c'est une charge à résistance infinie (circuit ouvert), car, quelle que soit la résistance interne de la source R_S, la tension sur une charge idéale est égale à la tension nominale de la source.

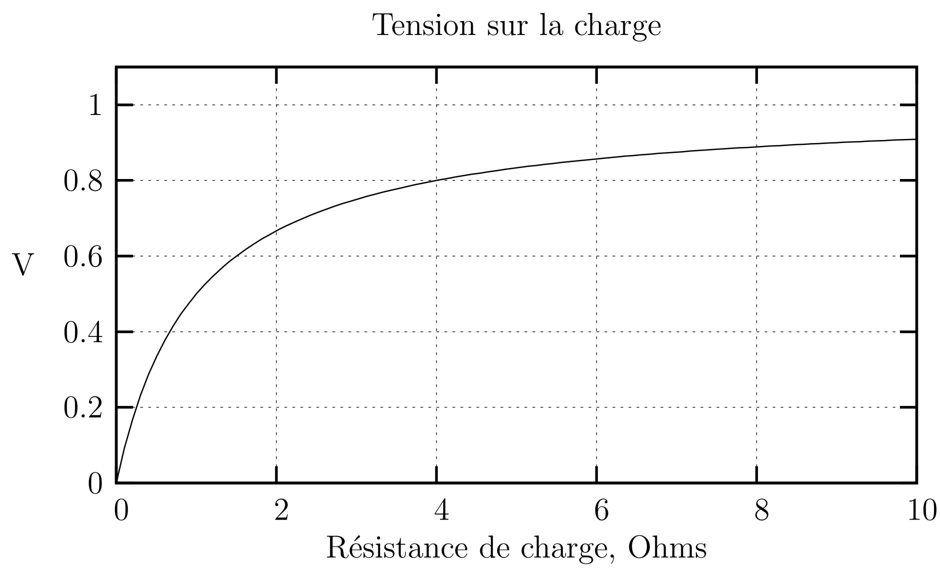

FIG. 17 – Tension générée par une source de tension réelle sur la charge en fonction de la résistance de charge. La tension nominale de la source est 1 V, la résistance interne de la source est de 1 Ohms.

5.3 Transmission de courant

Considérons le circuit figure 18. On souhaite transmettre vers la charge le maximum du courant généré par une source réelle I_S. Cependant, nous observons un phénomène très similaire à celui qui se produit avec une source de tension : une partie du courant généré s'écoule vers la résistance interne de la source. La charge ne reçoit qu'une partie du courant disponible. En appliquant la loi des nœuds au circuit de la figure 18, nous obtenons :

$$I_S = I_C + I_{R_S}. \tag{28}$$

Sachant que les résistances R_C et R_S sont reliées en parallèle, nous avons :

$$U_{R_C} = U_{R_S}, I_C R_C = I_{R_S} R_S. \tag{29}$$

De ces deux équations nous obtenons pour le courant dans la charge :

$$I_C = I_S \frac{R_S}{R_C + R_S}. \tag{30}$$

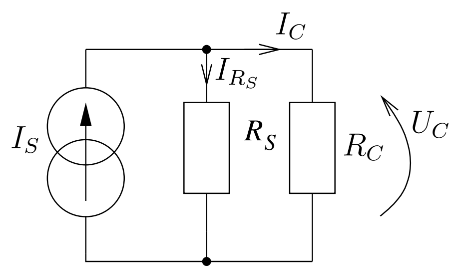

FIG. 18 – Interface en courant : une source de courant chargée avec une résistance.

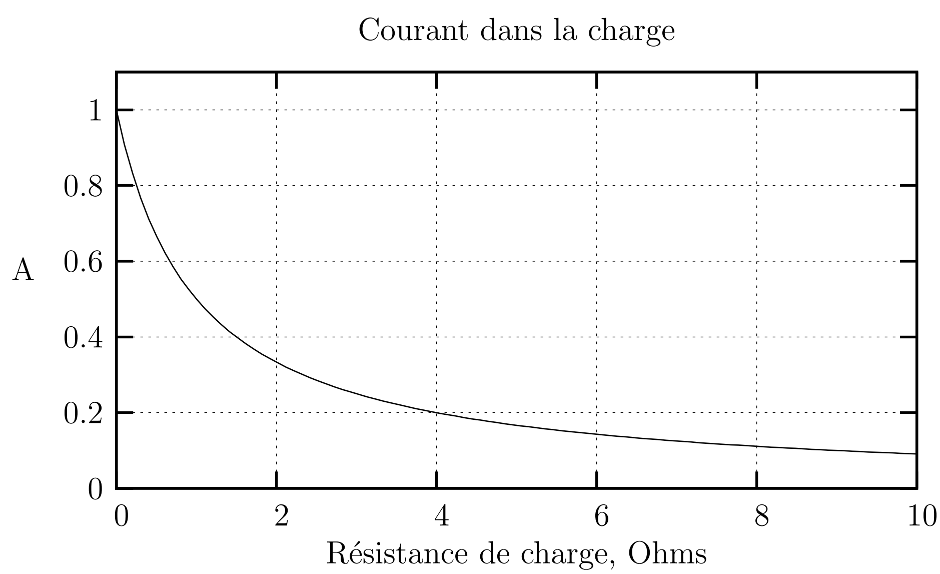

FIG. 19 – Courant généré par une source de courant réelle dans la charge en fonction de la résistance de charge. Le courant nominal de la source est 1 A, la résistance interne de la source est de 1 Ohm

La figure 19 présente le graphique ce cette équation. Nous voyons que la totalité du courant est transmise uniquement si la charge a une résistance nulle. En pratique, il suffit que la résistance de charge soit beaucoup plus petite que la résistance interne de la source de courant :

$$R_C \ll R_S. \tag{31}$$

Nous savons qu'une source de courant idéale est celle dont la résistance interne est infinie. De la même manière, on parle d'une *charge idéale* pour une source de courant réelle : c'est une charge de résistance nulle (court-circuit), car quelque soit la résistance interne de la source, une telle charge reçoit toujours la totalité du courant généré.

5.4 Interface en courant ou interface en tension ?

Dans les deux sous-paragraphes précédents nous avons implicitement supposé que la nature de l'interface, *i.e* en courant ou en tension, était déterminée par la nature de la source présente dans le générateur. Or, d'après les théorèmes de Norton et Thévenin, on peut représenter une source de courant par une source de tension et vice versa, sans que la charge ne « s'aperçoive »de la substitution. Reprenons l'exemple de l'interface en tension (figure 20a). En appliquant le théorème de Norton, nous obtenons un circuit parfaitement équivalent (figure 20b). La question est, comment identifier *réellement* le type de l'interface ?

Pour fixer les idées, dans cet exemple on pose $R_C \gg R_S$ (R_S ne change pas lors de la transformation Thévenin-Norton).

Supposons que le circuit de la figure 20b est une interface en courant ; calculons le courant dans la charge. Elle vaut :

$$I_C = I_S \frac{R_S}{R_S + R_C}. \tag{32}$$

Sachant $R_C \gg R_S$, le courant de la charge vaut à peu près :

$$I_C \approx I_S \frac{R_S}{R_C}, \tag{33}$$

i.e. le courant dans la charge est inversement proportionnel à sa résistance. Le courant n'est pas imposé par la source. En revanche, la tension sur la charge vaut :

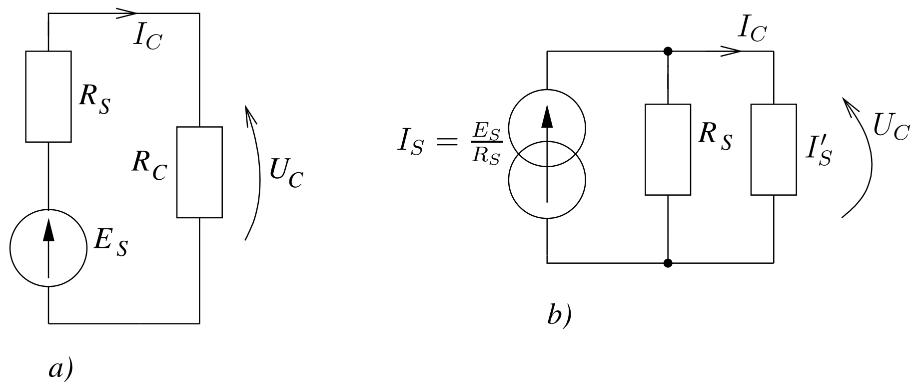

FIG. 20 – Interface en tension réalisée avec une source en courant grâce au théorème de Norton.

$$U_C = I_S \frac{R_S R_C}{R_S + R_C} = I_S R_S || R_C \approx I_S R_S, \tag{34}$$

i.e. la tension sur la charge ne dépend pas ou dépend peu de la résistance de charge.

De même, pour la figure 20a :

$$U_C = E_S \frac{R_C}{R_S + R_C} \approx E_S \frac{R_C}{R_C} = E_S. \tag{35}$$

Ainsi, dans les deux cas de la figure 20, c'est bien la tension qui est imposée à la charge, quel que soit le type de la source.

La situation est exactement la même si l'on conçoit une interface en courant ($R_S \gg R_C$) et si l'on prend comme générateur une source de tension : tant que la résistance de charge est beaucoup plus petite que la résistance interne de la source, c'est le courant qui est imposé à la charge.

> *Le type de l'interface est uniquement défini par le rapport entre les résistances du générateur et de la charge.*

6 Quadripôles

L'électronique s'intéresse particulièrement aux systèmes de traitement du signal. Un tel système possède généralement une entrée et une sortie et est composé de plusieurs blocs chacun possédant également une entrée et une sortie.

Adaptation en puissance	$R_S = R_C$
Adaptation en tension	$R_S \ll R_C$
Adaptation en courant	$R_S \gg R_C$

Tab. 1 – Rapport entre les résistances de source et de charge dans différents types d'interface.

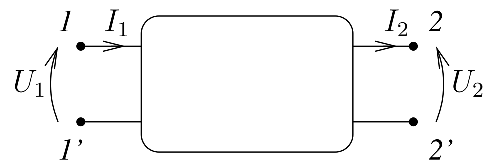

Fig. 21 – Symbole d'un quadripôle et sens conventionnel positif des courants et des tensions.

En électronique ces blocs ont généralement quatre bornes et s'appellent quadripôles (figure 21).

Une des paires de bornes (on parlera d'un terminal) est utilisée comme une entrée (*i.e.* elle reçoit un signal, elle est donc récepteur), l'autre est utilisée comme une sortie (*i.e.* elle génère un signal, elle est donc générateur). Cependant, cette distinction est d'ordre fonctionnel et est le plus souvent définie par le contexte de l'utilisation.

Les exemples de quadripôle sont un amplificateur, un transformateur, un filtre électrique, une porte logique...

La notion du quadripôle est beaucoup utilisée pour l'analyse et la représentation des circuits et des systèmes complexes, toujours dans l'esprit de cacher les détails de réalisation en ne s'intéressant qu'aux interfaces et aux fonctionnalités.

Un quadripôle s'appelle actif s'il contient des sources d'énergie, et passif dans le cas contraire. S'il contient des sources d'énergie indépendantes, il s'appelle autonome, s'il ne contient que des sources d'énergie dépendantes (sources contrôlées), il s'appelle non-autonome. En électronique on s'intéresse surtout aux quadripôles passifs et/ou non-autonomes.

La théorie générale des quadripôles a été développée au milieu du vingtième siècle, elle est très vaste, nous n'en donnons que quelques éléments indispensable à l'analyse des circuits électriques complexes.

Par convention, nous allons désigner les bornes dessinées à gauche par les chiffres 1 et 1', celles de droite par les chiffres 2 et 2'. On appellera les premières « bornes d'entrée »et les deuxièmes « bornes de sortie ».

Les dipôles linéaires sont décrits par des équations linéaires reliant les tensions et les courants à leurs terminaux. Il est possible de démontrer que parmi les quatre grandeurs externes d'un quadripôle (tensions et courants d'entrée U_1, I_1 et de sortie U_2, I_2), seules deux sont indépendants, *i.e.* peuvent être fixées de l'extérieur d'une manière arbitraire. Ceci est facile à voir : supposons que l'on ait fixé la tension U_1 avec une source de tension et le courant de sortie I_2 avec une source de courant (figure 22).

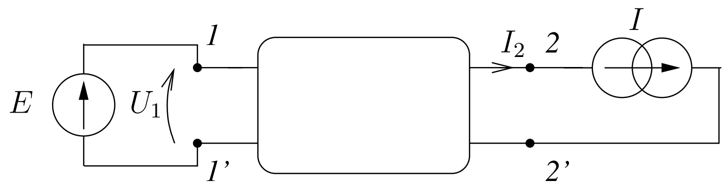

FIG. 22 – Quadripôle dont les valeurs des deux grandeurs externes sont imposées. Les deux autre sont en dépendance linéaire de I et de E.

Ainsi, le courant d'entrée et la tension de sortie sont complètement définis par le circuit interne du quadripôle et sont des combinaisons linéaires de la tension E et du courant I (car, étant non-autonome, le quadripôle ne contient pas d'autres sources indépendantes).

Pour cette raison, un quadripôle linéaire est décrit par un système de deux équations linéaires qui expriment deux des grandeurs externes via les deux autres grandeurs.

Par exemple, les équations qui relient les tensions aux terminaux avec les courants s'écrivent comme :

$$\begin{cases} U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ U_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases} \tag{36}$$

Les coefficients $\{Z_{ii}\}$ dépendent *uniquement* du circuit du quadripôle. Ce sont donc ces propres paramètres qui s'appellent « paramètres Z du quadripôle ».

De la même manière, on peut exprimer n'importe quelle paire de grandeurs à partir de n'importe quelle autre. Sachant que nous avons quatre grandeurs disponibles, en tout il existe $C_4^2 = 6$ systèmes d'équation semblables à (36). On parle ainsi des systèmes de paramètres Z, Y, A, B, H et G.

En principe, n'importe quel système de représentation peut être utilisé pour décrire un circuit donné (bien qu'il existe quelques exceptions). Néanmoins, un seul système parmi les six donne des coefficients qui ont un sens physique dans le contexte pour lequel le quadripôle est conçu. Le contexte définit les types des grandeurs que le dipôle reçoit à l'entrée et qu'il génère en sortie. *Notamment, la grandeur d'entrée doit faire partie des variables indépendantes (*i.e. *être dans la partie droite des équations du dipôle),* *la grandeur de sortie doit être une des variables dépendantes,* i.e. *être dans la partie gauche des équations.* Ainsi, les équations (36) décrivent un dipôle qui reçoit un courant et qui génère une tension.

A titre d'exemple, nous montrons le sens physique des paramètres Z et la manière comment il est possible de les déterminer pour un quadripôle donné. Supposons que nous nous trouvons dans le contexte d'un circuit recevant un courant et générant une tension, *i.e.* le système de représentation a été bien choisi.

Le paramètre z_{11} s'appelle *résistance d'entrée* et d'après le système Z vaut :

$$z_{11} = \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_2=0}. \tag{37}$$

> *La résistance d'entrée d'un quadripôle est mesurée à son entrée lorsque le courant de sortie est annulé,* i.e. *en laissant la sortie en circuit ouvert.*

Le paramètre z_{12} s'appelle *transrésistance inverse* et d'après le système$Z$ vaut :

$$z_{12} = \left.\frac{U_1}{I_2}\right|_{I_1=0}. \tag{38}$$

C'est un paramètre donnant un rapport entre deux grandeurs appartenant aux terminaux différents, d'où le préfixe « trans ». Il caractérise l'influence de l'état du terminal de sortie sur l'état de celui d'entrée, d'où « inverse ». Enfin, on l'appelle « transrésistance »car ce paramètre a la dimension d'une résistance. Il est mesuré en mettant l'entrée en circuit ouvert, *i.e.* en imposant un courant d'entrée nul.

Le paramètre z_{21} s'appelle *transrésistance directe* (souvent transrésistance tout court) et d'après le système Z vaut :

$$z_{21} = \left.\frac{U_2}{I_1}\right|_{I_2=0}. \tag{39}$$

On l'appelle « transrésistance directe »car il caractérise l'influence de l'état du terminal d'entrée sur l'état de celui de sortie. On la mesure lorsque la sortie est configuré en circuit ouvert, *i.e.* le courant de sortie est annule.

C'est le paramètre le plus important d'un quadripôle, car il caractérise la « transmission »de l'entrée à la sortie. Dans le cas d'un amplificateur, par exemple, il correspond au « gain ». C'est lui qui définit le type du quadripôle décrit par le système : étant égal au rapport entre la tension de sortie et le courant d'entrée, il suggère que le système décrit un quadripôle recevant un courant et générant une tension.

Le paramètre z_{22} s'appelle *résistance de sortie* et d'après le système Z vaut :

$$z_{22} = \frac{U_2}{I_2}\bigg|_{I_1=0}. \tag{40}$$

On mesure ce paramètre en configurant l'entrée en circuit ouvert, *i.e.* en annulant le courant d'entrée.

7 Gains et résistances en cas général

En électronique, trois paramètres d'un quadripôle ont une importance cruciale : la résistance d'entrée, la résistance de sortie et la transmission (le rapport entre la grandeur de sortie sur la grandeur d'entrée). Nous allons maintenant les définir d'une manière générale, pour tout type de quadripôle.

7.1 Résistance d'entrée

Lorsque l'on mesure la résistance d'entrée d'un quadripôle, se pose le problème suivant. Dans quel état faut-il mettre sa sortie ? C'est important, car d'après les équations du quadripôle, en cas général, l'état de sortie affecte l'état de l'entrée, donc la résistance d'entrée.

En fonctionnement normal, la sortie d'un quadripôle est connectée à une charge résistive. On pourrait également connecter une charge lors de la mesure de la résistance d'entrée. Mais alors quelle charge choisir ?

Pour résoudre ce dilemme, on définit deux types de résistances d'entrée : avec et sans charge.

> *La résistance d'entrée sans charge est mesurée lorsque la sortie du dipôle est connectée à une charge idéale.*

Rappelons, que la charge idéale est un court-circuit si la sortie génère un courant et un circuit ouvert si elle génère une tension (figure 23).

> *La résistance d'entrée avec charge est mesurée lorsque la sortie du quadripôle est connectée à une résistance de charge. La valeur de la résistance de charge est spécifiée dans le protocole de mesure. Par défaut on emploie la charge nominale correspondant au fonctionnement normal du quadripôle.*

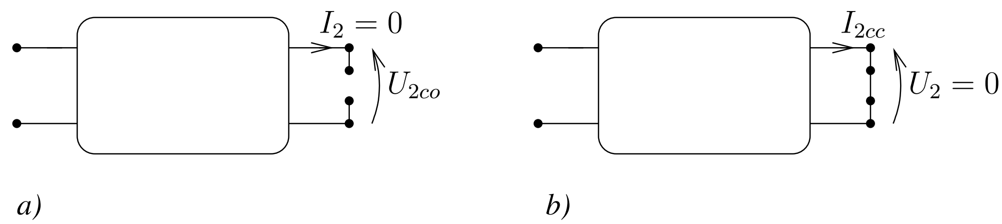

FIG. 23 – Dipôles avec charge idéale en sortie : a) quadripôle générant une tension, b)quadripôle générant un courant.

7.2 Résistance de sortie

La résistance de sortie est définie comme la résistance interne du générateur équivalent que le quadripôle présente en sortie. Pour mesurer cette résistance, il suffit d'éteindre la source de sortie. Pour cela il faut *annuler la source à l'entrée.*

> *La résistance de sortie est mesurée lorsque l'on éteint la source d'entrée. Si le quadripôle reçoit une tension, l'entrée est court-circuitée, sinon, elle est laissée en circuit ouvert.*

7.3 Transmission

La transmission est définie comme un rapport entre la grandeur de sortie et la grandeur d'entrée. Cependant, il se pose le même problème qu'au cas d'une mesure de la résistance d'entrée. En effet, puisqu'en sortie le quadripôle présente une source d'énergie réelle, *i.e.* avec une résistance interne, la valeur de la grandeur de sortie dépend de la résistance de charge.

On définit donc deux type de transmission : avec et sans charge.

> *Le coefficient de transmission sans charge est défini comme un rapport entre la grandeur de sortie sur la grandeur d'entrée, lorsque la sortie est raccordée à une charge idéale. Pour mesurer (ou calculer) la transmission, il faut raccorder à l'entrée une source de tension ou de courant (selon le type de l'entrée) et de mesurer la grandeur de sortie.*

La transmission avec charge est définie de la même façon, sauf qu'au lieu d'une charge idéale, on connecte à la sortie une charge nominale ou d'une valeur précisée dans le protocole de mesure.

Selon le type du quadripôle, la transmission s'appelle « gain en tension »(tension-tension), « gain en courant »(courant-courant), « transrésistance »(courant-tension) ou « transconductance »(tension-courant).